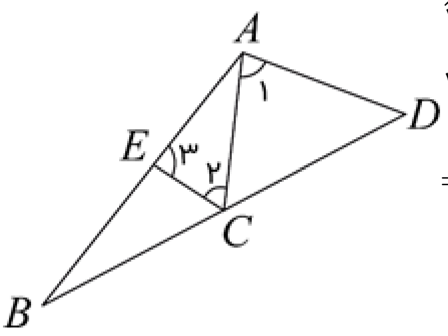
۱ گزینه ۲



$$\left.\begin{array}{l} \hat{۱} = \hat{۲} \Rightarrow EC \parallel AD \Rightarrow \dfrac{AE}{AB} = \dfrac{CD}{BD} \\ \hat{۲} = \hat{۳} \Rightarrow AC = AE \end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{CD}{BD} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD} = \frac{۱۸}{۱۰} = \frac{۹}{۵}$$

۲ گزینه ۳

چون راجع به‌اندازهٔ ضلع‌ها اطلاعاتی داده نشده است، نمی‌توان دربارهٔ آن‌ها اظهارنظر کرد، پس دربارهٔ درستی یا نادرستی گزینه‌های "۱"، "۲" و "۴" نمی‌توان اظهارنظر کرد.

در مثلث ABC : $\begin{array}{l} \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = ۱۸۰^\circ \\ \hat{B} = \hat{C} \end{array} \Rightarrow B\hat{A}C + ۲\hat{C} = ۱۸۰^\circ$

در مثلث AED : $\begin{array}{l} \hat{A} + \hat{E} + \hat{D} = ۱۸۰^\circ \\ \hat{E} = \hat{D} \end{array} \Rightarrow E\hat{A}D + ۲\hat{D} = ۱۸۰^\circ$

باتوجه‌به صورت مسئله، زاویهٔ رأس مثلث متساوی‌الساقین کمتر از ۶۰° است، پس زاویه‌های غیر رأس آن، از زاویه‌های غیر رأس مثلث متساوی‌الاضلاع بزرگ‌تر است: $\hat{D} > \hat{C}$

۳ گزینه ۳

اندازهٔ عرض مستطیل:

$$AC = CD = DB = BE = a$$

$$DE^{۲} = DB^{۲} + EB^{۲} = a^{۲} + a^{۲} = ۲a^{۲} \Rightarrow DE = \sqrt{۲}a$$

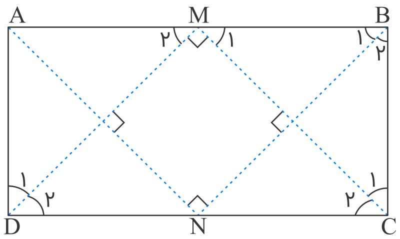
$$CE^{۲} = CB^{۲} + EB^{۲} = (۲a)^{۲} + (a)^{۲} = ۵a^{۲} \Rightarrow CE = \sqrt{۵}a$$

$$AE^{۲} = EB^{۲} + AB^{۲} = (a)^{۲} + (۳a)^{۲} = ۱۰a^{۲} \Rightarrow AE = \sqrt{۱۰}a$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \dfrac{AE}{CE} = \dfrac{\sqrt{۱۰}a}{\sqrt{۵}a} = \sqrt{۲} \\ \dfrac{DE}{CD} = \dfrac{\sqrt{۲}a}{a} = \sqrt{۲} \\ \dfrac{AD}{DE} = \dfrac{۲a}{\sqrt{۲}a} = \sqrt{۲} \end{cases}$$

درنتیجه $\overset{\Delta}{CDE}$ متشابه $\overset{\Delta}{AED}$ است.

۴ گزینه ۴



$$\overset{\Delta}{CBM} \text{ مثلث } \Rightarrow \begin{cases} \hat{B} = ۹۰^\circ \\ \hat{C}_۱ = ۴۵^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{M}_۱ = ۴۵^\circ \Rightarrow MB = BC$$

مثلث متساوی‌الساقین است.

$$\overset{\Delta}{DAM} \text{ مثلث } \Rightarrow \begin{cases} \hat{A} = ۹۰^\circ \\ \hat{D}_۱ = ۴۵^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{M}_۲ = ۴۵^\circ \Rightarrow AM = AD$$

بنابراین:

طول دو برابر عرض است. $AB = AM + MB = ۲AD$

۵ گزینه ۳

اگر در مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ همهٔ زوایا تند باشند، محل برخورد ارتفاع‌ها درون مثلث است. اگر مثلث قائم‌الزاویه باشد، ارتفاع‌ها روی رأس قائم باهم برخورد خواهند داشت و اگر مثلث زاویهٔ باز داشته باشد، محل برخورد ارتفاع‌ها خارج مثلث خواهد بود.

۶

گزینه ۱

$$\begin{cases} AP = AP \\ AB = AC \\ P\hat{A}C = P\hat{A}B \end{cases} \xrightarrow{\text{(ض.ز.ض)}} P\overset{\Delta}{A}C \cong P\overset{\Delta}{A}B \Rightarrow A\hat{P}C = A\hat{P}B = ۱۱۰^\circ$$

$$BP = CP \Rightarrow P\hat{B}C = P\hat{C}B$$

ازطرفی: $A\hat{P}C + A\hat{P}B + B\hat{P}C = ۳۶۰^\circ$، درنتیجه:

$$B\hat{P}C = ۳۶۰^\circ - (۱۱۰^\circ + ۱۱۰^\circ) = ۳۶۰^\circ - ۲۲۰^\circ = ۱۴۰^\circ$$
$$\Rightarrow ۲P\hat{B}C = ۱۸۰^\circ - ۱۴۰^\circ \Rightarrow P\hat{B}C = ۲۰^\circ$$

۷

گزینه ۲

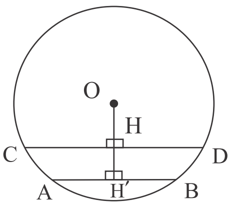
این مسئله دو جواب دارد؛ چون نمی‌دانیم مربعی که طول ضلع آن را داریم مربع کوچک‌تر است یا بزرگ‌تر .

$$\frac{۲}{۵} = \frac{۱۰}{x} \Rightarrow x = \frac{۵ \times ۱۰}{۲} = ۲۵ \Rightarrow y = \sqrt{۲۵^۲ + ۲۵^۲} = ۲۵\sqrt{۲}$$
$$\frac{۲}{۵} = \frac{x'}{۱۰} \Rightarrow x' = \frac{۲ \times ۱۰}{۵} = ۴ \Rightarrow y' = \sqrt{۴^۲ + ۴^۲} = ۴\sqrt{۲}$$

۸

گزینه ۱

هرقدر طول کمانی از یک دایره کوچک‌تر شود، اندازهٔ وتر نظیر آن نیز کوچک‌تر و فاصلهٔ آن وتر از مرکز دایره بیشتر می‌شود. شکل زیر را در نظر بگیرید:



$$\overset{\frown}{AB} < \overset{\frown}{CD} \Rightarrow AB < CD \ , \ OH < OH'$$

۹

گزینه ۳

در هر مثلث، ضلع روبه‌رو به زاویهٔ بزرگ‌تر، بزرگ‌تر از ضلع روبه‌رو به زاویهٔ کوچک‌تر است؛ بنابراین در مثلث ABC:

$$\hat{A} > \hat{C} > \hat{B} \Rightarrow BC > AB > AC$$

۱۰ گزینه ۲

در مربع و لوزی قطرها هم همدیگر را نصف می‌کنند و هم بر یکدیگر عمودند. در مستطیل و به‌طور کلی‌تر در متوازی‌الاضلاع قطرها یکدیگر را نصف می‌کنند، اما لزوماً بر هم عمود نیستند. در ذوزنقهٔ متساوی‌الساقین نیز قطرها نه لزوماً همدیگر را نصف می‌کنند و نه لزوماً بر هم عمودند.

۱۱ گزینه ۴

در هر لوزی ضلع‌ها باهم و زاویه‌های روبه‌رو نیز باهم برابرند اما چهار زاویه لزوماً برابر نیستند. اگر برابر باشند، مربع حاصل می‌شود.

۱۲ گزینه ۲

عدد ۲ عددی اول و زوج است؛ بنابراین استدلال گزینهٔ "۱" نادرست است. ک.م.م نُه و هجده نیز خود هجده است که مساوی یکی از آن دو عدد اولیه است، پس استدلال گزینهٔ "۳" نیز با عبارت روبه‌روی آن نقض می‌شود. عبارت $\pi \times$ صفر نیز عبارتی متشکل از ضرب یک عدد گویا در یک عدد گنگ است که صفر شده است و عددی است گویا، بنابراین عبارت گزینهٔ "۴" نیز با مثال نقض روبه‌روی آن رد می‌شود. دربارهٔ گزینهٔ "۲" دقت کنید باید عددی مثال زده شود که هم بر سه بخش‌پذیر باشد و هم اول باشد که این عدد فقط خود عدد سه است. عدد نُه اول نیست.

۱۳ گزینه ۴

اگر مثلث $\overset{\Delta}{\mathrm{AFE}}$ متساوی‌الاضلاع باشد، $\mathrm{E\hat{F}A} = ۶۰^\circ$ است. همچنین می‌دانیم $\mathrm{A\hat{F}C}$ برابر با ۹۰° است و مجموع سه زاویهٔ F برابر با ۳۶۰° است، پس:

$$\mathrm{E\hat{F}A} + \mathrm{E\hat{F}C} + \mathrm{A\hat{F}C} = ۳۶۰^\circ \Rightarrow \mathrm{E\hat{F}C} = ۲۱۰^\circ$$

در متوازی‌الاضلاع مجموع هر زاویه با زاویهٔ مجاور ۱۸۰° است، یعنی اندازهٔ هیچ زاویهٔ داخلی نمی‌تواند از ۱۸۰° بیشتر باشد، پس $\overset{\Delta}{\mathrm{AFE}}$ هرگز نمی‌تواند متساوی‌الاضلاع باشد.

۱۴ گزینه ۲

باتوجه‌به تشابه دو مثلث، نسبت تشابه را برای دو مثلث می‌نویسیم:

$$\frac{\mathrm{AB}}{۸} = \frac{۲}{\mathrm{AB}} \Rightarrow (\mathrm{AB})^۲ = ۱۶ \Rightarrow \mathrm{AB} = ۴\,\mathrm{cm}$$

باتوجه‌به قائم‌الزاویه بودن مثلث ABC:

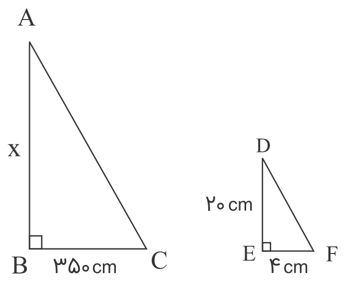
$$(\mathrm{AB})^۲ + (\mathrm{BC})^۲ = (\mathrm{AC})^۲ \Rightarrow (\mathrm{AC})^۲ = ۱۶ + ۶۴ \Rightarrow \mathrm{AC} = \sqrt{۸۰} = \sqrt{۱۶ \times ۵} = ۴\sqrt{۵}$$

۱۵ گزینه ۴

در هر متوازی‌الاضلاع، ضلع‌های روبه‌رو باهم مساوی‌اند ولی قطرها لزوماً باهم برابر نیستند.

۱۶ گزینه ۴

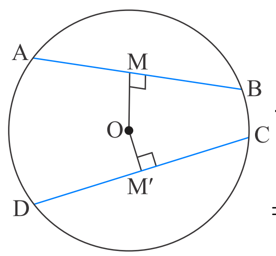
شعاع‌های نور خورشید در هرلحظه به شکل موازی به زمین می‌تابند؛ بنابراین در دو مثلث زیر، $AC||DF$ است. ازطرفی هم ساختمان بر زمین عمود است و هم خط‌کش، پس $AB||DE$؛ یعنی زوایای دو مثلث باهم برابر و دو مثلث متشابه‌اند.



$$۳/۵\,m = ۳۵۰\,cm$$

$$\overset{\Delta}{ABC} \sim \overset{\Delta}{DEF} \Rightarrow \frac{x}{۲۰} = \frac{۳۵۰}{۴} \Rightarrow x = \frac{۲۰ \times ۳۵۰}{۴} = ۱۷۵۰\,cm = ۱۷/۵\,m$$

۱۷ گزینه ۳



$$\begin{cases} AO = DO : \text{شعاع دایره} \\ AM = DM' \end{cases} \xrightarrow{\text{وتر و ضلع}} \overset{\Delta}{AMO} \cong \overset{\Delta}{OM'D}$$

$$\Rightarrow OM = OM'$$

نکته: اگر از مرکز دایره بر هر وتری داخل دایره عمود کنیم، این عمود، وتر را نصف می‌کند.

$$OM \perp AB \Rightarrow AM = MB$$

$$\begin{cases} AM = MB = \dfrac{AB}{۲} \\ DM' = CM' = \dfrac{DC}{۲} \end{cases} \xrightarrow{AM=DM'} \begin{cases} MB = \dfrac{CD}{۲} \\ AB = DC \\ CM' = AM \end{cases}$$

وقتی دو وتر باهم برابر باشند، کمان روبه‌روی آن‌ها هم باهم برابر است.

$$AB = DC \Rightarrow \overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{DC}$$

راجع به کمان‌های $\overset{\frown}{BC}$ و $\overset{\frown}{AD}$ نمی‌توان اظهار نظر کرد.

۱۸ گزینه ۲

در $\overset{\Delta}{DEC}$ رابطهٔ فیثاغورس : $۵^۲ = x^۲ + ۴^۲$

$$\Rightarrow ۲۵ = x^۲ + ۱۶ \Rightarrow x^۲ = ۹ \xrightarrow{x>۰} x = ۳$$

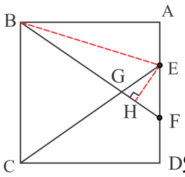
چون دو مثلث متشابه‌اند، نسبت اضلاع یکسان است:

$$\frac{x}{۴/۵} = \frac{۵}{y} \Rightarrow \frac{۳}{۴/۵} = \frac{۵}{y} \Rightarrow y = ۷/۵$$

$$\Rightarrow x + y = ۳ + ۷/۵ = ۱۰/۵$$

۱۹ گزینه ۲

در شکل، مثلث‌های $\overset{\Delta}{GEF}$ و $\overset{\Delta}{BGC}$ متشابه هستند (چون زاویه‌های آن‌ها نظیر به نظیر برابرند) پس اضلاع آن‌ها متناسب هستند؛ بنابراین:



$$\frac{BC}{EF} = \frac{BG}{GF} \Rightarrow \frac{a}{\frac{a}{۳}} = \frac{BG}{GF} \Rightarrow \frac{BG}{GF} = \frac{۳}{۱}$$

در دو مثلث $\overset{\Delta}{BGE}$ و $\overset{\Delta}{EGF}$ اگر BG و GF قاعده فرض شوند، ارتفاع هر دو به‌اندازهٔ EH است. وقتی ارتفاع دو مثلث برابر است، نسبت مساحت‌های آن‌ها به‌اندازه نسبت قاعده‌ها است، پس:

$$\frac{S_{BEG}}{S_{EGF}} = \frac{۳}{۱} = ۳$$

۲۰ گزینه ۲

چهار ضلعی ABCD : $A = ۳۶۰ - (۵۵ + ۲۰ + ۴۰) = ۲۴۵$

$x = ۳۶۰ - ۲۴۵ = ۱۱۵$

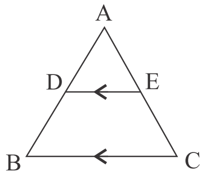
۲۱ گزینه ۳

باید ۳۶۰° بر زاویهٔ بین دو محور تقارن بخش‌پذیر باشد. در بین گزینه‌ها فقط عدد $(\frac{۱}{۵})^\circ$ وجود دارد که ۳۶۰° بر آن بخش‌پذیر است.

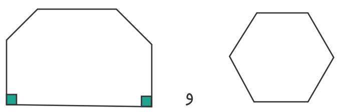
۲۲ گزینه ۲

وقتی دو مثلث باهم همنهشت باشند، هر سه زاویهٔ مثلث اول، زاویهٔ متناظر برابری در مثلث دوم دارند، پس دو مثلث همنهشت، همواره متشابه هستند. اشکال زیر سایر گزینه‌ها را رد می‌کند:

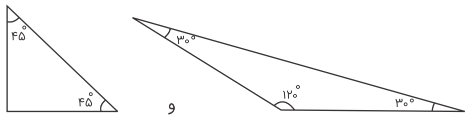
گزینهٔ "۱": دو مثلث ADE و ABC متشابه‌اند ولی همنهشت نیستند.



گزینهٔ "۳": این دو شش ضلعی متشابه نیستند.



گزینهٔ "۴": این دو مثلث متساوی‌الساقین باهم متشابه نیستند.



۲۳ گزینه ۱

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{\mathrm{AD}}{\mathrm{AC}}=\dfrac{\mathrm{AE}}{\mathrm{AB}}=\dfrac{۱}{۴}\\ \hat{\mathrm{A}}\ \text{مشترک}\end{array}\right\}\Rightarrow \mathrm{A\overset{\Delta}{D}E}\sim \mathrm{A\overset{\Delta}{B}C}\Rightarrow \dfrac{\mathrm{DE}}{\mathrm{BC}}=\dfrac{۱}{۴}$$

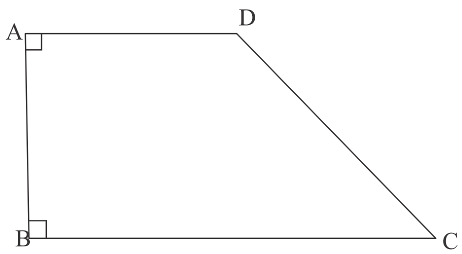
$$\frac{\mathrm{DE}}{۱۶}=\frac{۱}{۴}\Rightarrow \mathrm{DE}=۴$$

۲۴ گزینه ۲

مستطیل در حالت کلی قطرهایش بر یکدیگر عمود نیستند و زمانی که قطرهای آن بر یکدیگر عمود شوند، شکل مربع ایجاد می‌شود.

نکته: متوازی‌الاضلاعی که دو قطر مساوی دارد حتماً یک مستطیل است.

نکته: ذوزنقه‌ای که دو زاویهٔ قائمه دارد یک ذوزنقهٔ قائم‌الزاویه است.

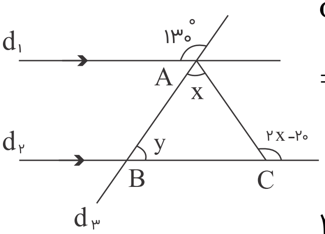


۲۵ گزینه ۴

$$\left.\begin{array}{l}\hat{A}=\hat{D}\\ \hat{C}=\hat{C}\end{array}\right\} \xrightarrow{\text{دو زاویه}} \overset{\Delta}{ABC} \sim \overset{\Delta}{EDC} \Rightarrow \frac{BC}{۱۴}=\frac{AB}{DE}=\frac{۱۶}{۷}$$

$$\frac{x+۷}{۱۴}=\frac{۱۶}{۷} \Rightarrow ۷x+۴۹=۲۲۴ \Rightarrow ۷x=۱۷۵ \Rightarrow x=۲۵$$

۲۶ گزینه ۱



$d_۱ || d_۲$, $d_۳$ مورب

$$\Rightarrow y=۱۸۰^\circ-۱۳۰^\circ=۵۰^\circ$$

زاویهٔ $۲x-۲۰^\circ$ زاویهٔ خارجی رأس C در مثلث ABC است، پس:

$$۲x-۲۰^\circ=x+y \Rightarrow ۲x-۲۰^\circ=x+۵۰^\circ$$

$$\Rightarrow x=۷۰^\circ \Rightarrow x+y=۷۰^\circ+۵۰^\circ=۱۲۰^\circ$$

۲۷ گزینه ۲

می‌دانیم در مماس‌های رسم‌شده از یک نقطه خارج دایره، پاره‌خط‌های ایجادشده با یکدیگر مساوی‌اند.

$$BM=BF\ ,\ CF=CH\ ,\ AH=AM$$

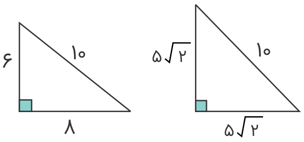
$$\left.\begin{array}{l}AB+AC=۱۸\\ BC=۱۰\end{array}\right\} \left.\begin{array}{l}AM+BM+AH+CH=۱۸\\ BF+CF=۱۰\end{array}\right\} \xrightarrow{\text{تفاضل}}$$

$$AM+\cancel{BM}+AH+\cancel{CH}-\cancel{BF}-\cancel{CF}=AM+AH=۱۸-۱۰=۸$$

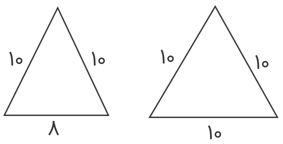
$$۲AM=۸ \Rightarrow AM=۴$$

۲۸ گزینه ۴

هر دو لوزی با یک زاویهٔ برابر همواره متشابه‌اند. هر دو مثلث متساوی‌الاضلاع متشابه‌اند، اما لزوماً همنهشت نیستند. دو مثلث قائم‌الزاویه نیز ممکن است وتر برابر داشته باشند اما اضلاع قائم یکسان نداشته و بنابراین همنهشت نباشند، مانند دو مثلث زیر:



دو مثلث متساوی‌الساقین با ساق برابر هم لزوماً همنهشت نیستند، مانند مثلث‌های زیر:



۲۹ گزینه ۳

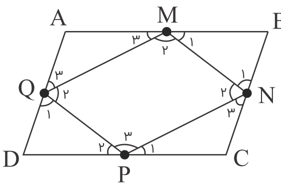
به حالت "دو ضلع و زاویهٔ بین برابر" می‌توان گفت:

$$\begin{cases} \overset{\Delta}{MNB} \cong \overset{\Delta}{PQD} \\ \overset{\Delta}{AMQ} \cong \overset{\Delta}{CPN} \end{cases}$$

پس ضلع‌های روبه‌رو باهم برابرند.

$$\begin{cases} MN = QP \\ MQ = NP \end{cases}$$

و همچنین دربارهٔ زوایا داریم:



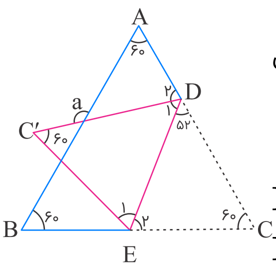
$$\hat{M}_۱ = \hat{P}_۲ \,,\, \hat{M}_۳ = \hat{P}_۱ \Rightarrow \hat{M}_۲ = \hat{P}_۳$$

به همین روش اثبات می‌شود که $\hat{N}_۲ = \hat{O}_۲$ است؛ یعنی MNPQ نوعی چهار ضلعی است که ضلع‌های روبه‌رو و زاویه‌های روبه‌رو در آن باهم برابر هستند، پس MNPQ یک متوازی‌الاضلاع است. در لوزی ضلع‌های مجاور و در مستطیل زوایای مجاور باید باهم برابر باشند که این موضوع با استفاده از اطلاعات مسئله قابل اثبات نیست.

۳۰ گزینه ۴

گزینهٔ "۱": طول وتر در یکی از مثلث‌ها ۱۰ واحد است، درحالی‌که در مثلث دیگر، طول یکی از اضلاع قائم ۱۰ واحد است، پس دو مثلث همنهشت نیستند.
گزینهٔ "۲": دو مثلث این گزینه یقیناً متشابه‌اند، چراکه اندازهٔ زاویه‌های آن‌ها دوبه‌دو برابر است ولی دربارهٔ طول اضلاع این مثلث‌ها چیزی نمی‌دانیم و نمی‌توانیم به قطعیت بگوییم این دو مثلث همنهشت هستند یا نه.
گزینهٔ "۳": مانند گزینهٔ "۱"، طول وتر در یکی از مثلث‌ها a است درحالی‌که در مثلث دیگر، طول یکی از اضلاع قائم برابر با a است، پس این دو مثلث یقیناً همنهشت نیستند.
گزینهٔ "۴": دو مثلث زوایای دوبه‌دو برابر دارند، ضمن اینکه ضلع‌های روبه‌رو به زاویهٔ ۶۰° در دو مثلث باهم برابر است؛ بنابراین دو مثلث همنهشت هستند.

۳۱ گزینه ۳



دو مثلث DEC و DEC′ همنهشت‌اند و تمامی اضلاع و زوایای نظیر باهم برابرند. پس است. حال داریم:

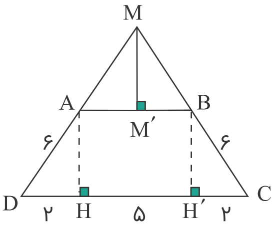
$$E_۱ = E_۲ = ۱۸۰ - \overset{۱۱۲}{\cancel{(۶۰ + ۵۲)}} = ۶۸^\circ$$
$$D_۲ = ۱۸۰ - (۵۲ + ۵۲) = ۱۸۰ - ۱۰۴ = ۷۶^\circ$$
$$\text{زاویهٔ خارجی } a \Rightarrow \hat{a} = \hat{A} + \hat{D}_۲ = ۶۰ + ۷۶ = ۱۳۶^\circ$$

۳۲ گزینه ۲

طبق حالت دو ضلع و زاویهٔ بین، دو مثلث ABC و ADC همنهشت هستند؛ بنابراین باید $BC = DC$ باشد، درنتیجه مثلث BCD متساوی‌الساقین است.

۳۳ گزینه ۲

طبق شکل زیر، صورت مسئله طول پاره‌خط MM' را می‌خواهد. برای رسیدن به این پاسخ باید مراحل زیر را انجام دهیم.



ابتدا از نقاط A و B بر قاعدهٔ بزرگ‌تر عمودهایی را وارد می‌کنیم. چون $AB = HH' = ۵$؛ بنابراین:

$$DH = H'C = \frac{۹-۵}{۲} = ۲$$

در مثلث ADH داریم:

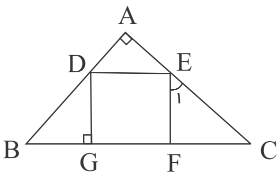
$$AH^{۲} = AD^{۲} - DH^{۲} \Rightarrow AH^{۲} = ۳۶ - ۴ = ۳۲ \Rightarrow AH = \sqrt{۳۲} = ۴\sqrt{۲}$$

و ازطرفی مثلث AMB مثلثی متساوی‌الساقین است (چرا؟)؛ بنابراین ارتفاع وارد بر قاعده، آن را نصف می‌کند؛ یعنی: $AM' = \frac{۵}{۲}$ دو مثلث ADH و AMM' بنا بر حالت دو زاویه متشابه هستند، پس خواهیم داشت:

$$\frac{DH}{AM'} = \frac{AH}{MM'} \Rightarrow \frac{۲}{\frac{۵}{۲}} = \frac{۴\sqrt{۲}}{MM'} \Rightarrow ۲MM' = ۱۰\sqrt{۲} \Rightarrow MM' = ۵\sqrt{۲}$$

۳۴ گزینه ۴

از تشابه دو مثلث EFC و BGD استفاده می‌کنیم. در عبارت زیر علامت $\sim$ برای بیان تشابه به کار رفته است.



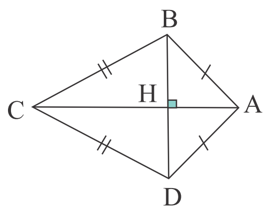
$$\left.\begin{array}{l} \overset{\Delta}{EFC} : \hat{E}_{۱} + \hat{C} = ۹۰^{\circ} \\ \overset{\Delta}{ABC} : \hat{B} + \hat{C} = ۹۰^{\circ} \end{array}\right\} \Rightarrow \hat{E}_{۱} = \hat{B}$$

$$\xrightarrow{\text{زز}} \overset{\Delta}{EFC} \sim \overset{\Delta}{BGD} \Rightarrow \frac{CF}{DG} = \frac{FE}{GB} \quad , \quad DG = EF = x$$

$$\Rightarrow \frac{۱۳/۵}{x} = \frac{x}{۶} \Rightarrow \text{مساحت مربع } x^{۲} = ۸۱ \text{ واحد مربع}$$

۳۵

گزینه ۴



$$\begin{cases} AB = AD \\ BC = DC \xrightarrow{\text{سه ضلع برابرند}} \overset{\Delta}{ABC} \cong \overset{\Delta}{ADC} \Rightarrow B\hat{A}C = D\hat{A}C \\ AC \ \text{مشترک} \end{cases}$$

$$\begin{cases} AB = AD \\ AH \ \text{مشترک} \\ B\hat{A}H = D\hat{A}H \end{cases} \xrightarrow{\text{دو ضلع یک زاویه برابرند}} \overset{\Delta}{ABH} \cong \overset{\Delta}{ADH}$$

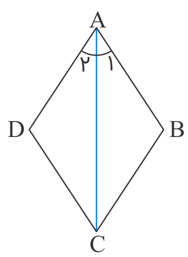
$$\Rightarrow \begin{cases} BH = DH \\ A\hat{H}B = A\hat{H}D = ۹۰^\circ \end{cases} \Rightarrow \text{است } BD \text{ عمودمنصف } AC$$

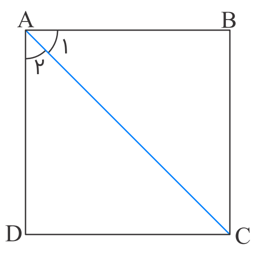
قطر AC عمودمنصف قطر BD است، بنابراین، بی‌شمار نقطه روی خط AC وجود دارند که از B و D به یک فاصله‌اند.

۳۶

گزینه ۱

فقط در مربع و لوزی، قطرها، نیمساز زاویهٔ رأس‌ها هستند. این استدلال برای مربع و لوزی به یک روش صورت می‌پذیرد.
قطر AC از مربع و لوزی $ABCD$ را رسم می‌کنیم.





$$\left.\begin{array}{l} AB = AD \ \text{ضلع} \\ BC = DC \ \text{ضلع} \\ AC = AC \ \text{مشترک} \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{ض ض ض}} \overset{\Delta}{ABC} \cong \overset{\Delta}{ADC}$$

$$\Rightarrow \hat{A}_۱ = \hat{A}_۲ \Rightarrow \text{است } A \text{ نیمساز زاویهٔ } AC$$

به همین ترتیب، برای سایز زوایا نیز قابل اثبات است.

۳۷

گزینه ۴

علامت $\cong$ را به نشانهٔ همنهشتی دو مثلث به کار می‌بریم. اگر AC نیمساز دو زاویهٔ A و C باشد، خواهیم داشت:

$$\left.\begin{array}{l}\hat{A}_۱=\hat{A}_۲\\ \hat{C}_۱=\hat{C}_۲\\ AC=AC\ \text{ضلع مشترک}\end{array}\right\}\xrightarrow{\text{دو زاویه و ضلع بین برابر}} \overset{\Delta}{ABC}\cong \overset{\Delta}{ADC}$$

۳۸

گزینه ۱

در شکل داریم:

$$HG|DC\ ,\ BC\ \text{مورب}\Rightarrow B\hat{N}H=D\hat{C}B=۹۰^\circ$$

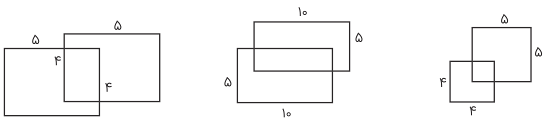
$$\overset{\Delta}{BHN}\ :BN^۲+HN^۲=BH^۲$$

$$\text{طبق حکم}:BH=BN\sqrt{۲}\Rightarrow BH^۲=۲BN^۲$$
$$\text{یعنی باید ثابت کنیم}:BN^۲+HN^۲=۲BN^۲\Rightarrow HN^۲=BN^۲\Rightarrow HN=BN$$

گزینهٔ "۱":

$$M\hat{H}B=N\hat{H}B$$
$$\text{طبق اصل توازی و خطوط مورب}:M\hat{H}B=N\hat{B}H\xrightarrow[\text{این گزینه}]{\text{طبق فرض}}N\hat{B}H=N\hat{H}B\Rightarrow HN=BN$$

برای اثبات ناکافی بودن فرض سایر گزینه‌ها می‌توانیم شکل‌های زیر را رسم کنیم:



گزینه۲ گزینه۳ گزینه۴

۳۹

گزینه ۱

باتوجه‌به تعریف کتاب درسی، گزینهٔ "۱" درست است.

۴۰

گزینه ۴

$$\left.\begin{array}{ll} B\hat{D}C = B\hat{A}C = ۹۰^\circ & \text{قائمه} \\ BC & \text{مشترک} \\ D\hat{B}C = A\hat{C}B = ۲۵^\circ & \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{وز}} \overset{\Delta}{ABC} \cong \overset{\Delta}{BDC}$$

$$\left.\begin{array}{ll} A\hat{B}C = D\hat{C}B = ۷۵^\circ \\ BC \quad \text{مشترک} \\ D\hat{B}C = A\hat{C}B = ۲۵^\circ \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{ز ض ز}} \overset{\Delta}{ABC} \cong \overset{\Delta}{BDC}$$