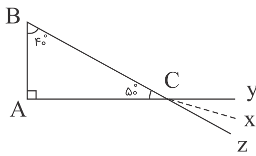
۱ گزینه ۳

زاویهٔ $F\hat{C}D$ برابر با ۶۰° است، پس $F\hat{C}G = ۳۰^\circ$ می‌شود.
چون $FC = FG$ است، پس مثلث GFC متساوی‌الساقین است؛ پس $F\hat{G}C = F\hat{C}G = ۳۰^\circ$ است.

$$F\hat{C}G + C\hat{F}G + F\hat{G}C = ۱۸۰^\circ \Rightarrow C\hat{F}G + ۳۰^\circ + ۳۰^\circ = ۱۸۰^\circ \Rightarrow C\hat{F}G = ۱۲۰^\circ$$

۲ گزینه ۳



$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = ۱۸۰^\circ \Rightarrow ۹۰^\circ + ۴۰^\circ + \hat{C} = ۱۸۰^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{C} = ۵۰^\circ \Rightarrow A\hat{C}z = ۱۸۰^\circ - ۵۰^\circ = ۱۳۰^\circ$$

$$x\hat{C}z = \frac{۵۰^\circ}{۲} = ۲۵^\circ$$

$$\Rightarrow A\hat{C}x = ۱۳۰^\circ + ۲۵^\circ = ۱۵۵^\circ$$

۳ گزینه ۴

$\hat{a} + \hat{b} = ۹۳^\circ$
a مکمل زاویهٔ $= ۱۸۰^\circ - \hat{a}$
b مکمل زاویهٔ $= ۱۸۰^\circ - \hat{b}$
مجموع مکمل ها $= ۱۸۰^\circ - \hat{a} + ۱۸۰^\circ - \hat{b} = ۳۶۰^\circ - (\hat{a} + \hat{b}) = ۳۶۰^\circ - ۹۳^\circ = ۲۶۷^\circ$

۴ گزینه ۴

اگر زاویه را x درجه فرض کنیم آنگاه:
متمم نصف زاویه برابر است با: $۹۰^\circ - \frac{x}{۲}$
مکمل دو برابر زاویه برابر است با: $۱۸۰^\circ - ۲x$

$$\Rightarrow ۹۰^\circ - \frac{x}{۲} = ۱۸۰^\circ - ۲x \Rightarrow ۲x - \frac{x}{۲} = ۱۸۰^\circ - ۹۰^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{۳}{۲}x = ۹۰^\circ \Rightarrow x = ۹۰^\circ \div \frac{۳}{۲} = ۹۰^\circ \times \frac{۲}{۳} = ۶۰^\circ$$

۵ گزینه ۴

$C = ۱ \,,\; B = ۲ \,,\; A = ۴$

A	۴	۷۲
C	۱	۱۸
مجموع	۵	۹۰

$\Rightarrow \hat{A} = ۷۲$

۶ گزینه ۴

زاویهٔ خارجی است $y \Rightarrow y = B + C \Rightarrow y = ۱۰$

ازطرفی داریم : $y - x = ۶۰ \Rightarrow ۱۱۰ - x = ۶۰ \Rightarrow x = ۵۰$

پس:

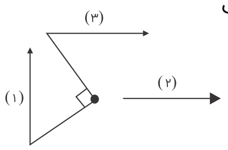
$x + y = ۱۱۰ + ۵۰ = ۱۶۰$

۷ گزینه ۱

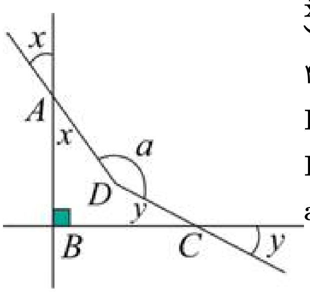
با انتقال، تصویر A روی تصویر B نگاشته می‌شود.

۸ گزینه ۲

اگر فلش (۱) را ۹۰° حول نقطهٔ O در جهت عقربه‌های ساعت دوران دهیم، فلش (۳) حاصل خواهد شد که با انتقالی در جهت راست و پایین، فلش (۲) حاصل می‌شود.

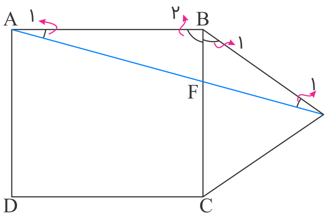


۹ گزینه ۲



$$\underbrace{\hat{x} + \hat{y}} + \hat{B} + \hat{D} = ۳۶۰^\circ$$
$$۴۵^\circ + ۹۰^\circ + \hat{D} = ۳۶۰^\circ$$
$$\hat{D} = ۳۶۰^\circ - ۱۳۵^\circ$$
$$\hat{D} = ۲۲۵^\circ$$
$$a = ۳۶۰^\circ - ۲۲۵^\circ = ۱۳۵^\circ$$

۱۰ گزینه ۲



$\begin{cases} \text{مثلث } BCE \text{ متساوی‌الاضلاع} \Rightarrow BE = BC \\ \text{مربع } ABCD \Rightarrow AB = BC \end{cases} \Rightarrow BE = AB \Rightarrow$ مثلث ABE متساوی‌الساقین است

$\Rightarrow \hat{A}_۱ = \hat{E}_۱$

مثلث BCE متساوی‌الاضلاع $\Rightarrow \hat{B}_۱ = ۶۰^\circ \, , \, \hat{B}_۲ = ۹۰^\circ \Rightarrow \hat{B} = ۶۰^\circ + ۹۰^\circ = ۱۵۰^\circ$

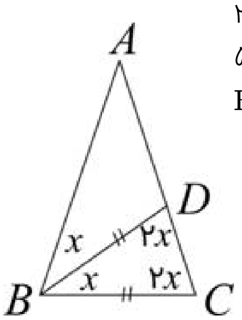
در مثلث ABE $\begin{cases} \hat{A}_۱ = \hat{E}_۱ \\ \hat{B} = ۱۵۰^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{A}_۱ + \hat{E}_۱ + \hat{B} = ۱۸۰^\circ \Rightarrow ۲\hat{A}_۱ + ۱۵۰^\circ = ۱۸۰^\circ$

$\Rightarrow ۲\hat{A}_۱ = ۳۰^\circ \Rightarrow \hat{A}_۱ = ۱۵^\circ$

مثلث ABF قائم‌الزاویه است $\Rightarrow \hat{A}_۱ + \hat{B}_۲ + A\hat{F}B = ۱۸۰^\circ \Rightarrow ۱۵^\circ + ۹۰^\circ + A\hat{F}B = ۱۸۰^\circ$

$\Rightarrow A\hat{F}B = ۱۸۰^\circ - ۱۰۵^\circ = ۷۵^\circ$

۱۱ گزینه ۱



$۲x + ۲x + x = ۱۸۰$

$۵x = ۱۸۰$

$B_۱ = x = ۳۶$

۱۲ گزینه ۲

$x\hat{O}A = A\hat{O}y = ۶۰^\circ \Rightarrow A\hat{O}B = \frac{A\hat{O}y}{۲} = ۳۰^\circ$

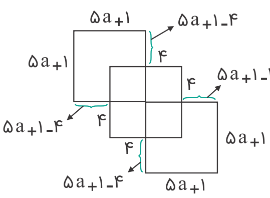
$\overset{\Delta}{OA'B'} : A'\hat{O}B' + O\hat{B'}A' + O\hat{A'}B' = ۱۸۰^\circ \Rightarrow O\hat{B'}A' = ۱۸۰^\circ - ۹۰^\circ - ۳۰^\circ = ۶۰^\circ$

۱۳ گزینه ۲

چون مساحت مربع‌های کوچک ۱۶ واحد مربع است، پس طول ضلع آن‌ها ۴ واحد است. همچنین محیط هر مربع بزرگ $۲۰a + ۴$ واحد است، پس طول ضلع آن‌ها برابر است با:

طول ضلع مربع بزرگ $=$ محیط مربع بزرگ $\div ۴ = (۲۰a + ۴) \div ۴ = (۲۰a + ۴) \times \frac{۱}{۴} = ۵a + ۱$ واحد

حال باتوجه‌به شکل:



محیط شکل $= ۴ \times (۵a + ۱) + ۴ \times (\overbrace{۵a + ۱ - ۴}^{-۳}) + ۴ \times ۴ = ۲۰a + ۴ + ۲۰a - ۱۲ + ۱۶ = ۴۰a + ۸$ واحد

۱۴ گزینه ۳

باتوجه‌به اطلاعات داده‌شده:

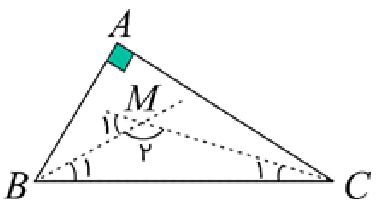
$$\left.\begin{array}{l} AB = BE \Rightarrow \hat{A} = \hat{E}_۲ \\ \hat{B} = ۹۰^\circ \end{array}\right\} \Rightarrow \hat{A} = \hat{E}_۲ = ۴۵^\circ \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \hat{A}_۱ + \hat{x} = ۴۵^\circ \\ \hat{x} = ۲۵^\circ \end{array}\right\} \Rightarrow \hat{A}_۱ = ۲۰^\circ$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{در مثلث } \overset{\Delta}{ABF} : \left.\begin{array}{l} \hat{A}_۱ + \hat{B} + \hat{z} = ۱۸۰^\circ \\ \hat{B} = ۹۰^\circ ,\ \hat{A}_۱ = ۲۰^\circ \end{array}\right\} \Rightarrow \hat{z} = ۷۰^\circ \\ \text{در مثلث } \overset{\Delta}{ACD} : \left.\begin{array}{l} \hat{A}_۱ + \hat{C} + \hat{y} = ۱۸۰^\circ \\ \hat{C} = ۹۰^\circ ,\ \hat{A}_۱ = ۲۰^\circ \end{array}\right\} \Rightarrow \hat{y} = ۷۰^\circ \end{array}\right\} \Rightarrow \hat{y} + \hat{z} = ۱۴۰^\circ$$

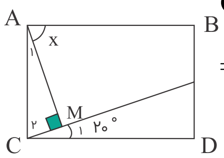
۱۵ گزینه ۱

$$A = ۹۰ \Rightarrow B + C = ۹۰$$
$$\xrightarrow{\div ۲} B_۱ + C_۱ = ۴۵$$

$$M_۲ = ۱۸۰ - ۴۵ = ۱۳۵$$
$$M_۱ = ۱۸۰ - ۱۳۵ = ۴۵$$



۱۶ گزینه ۳



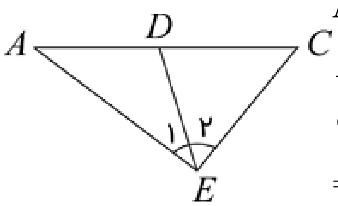
$$\hat{C}_۱ + \hat{C}_۲ = ۹۰^\circ, \hat{C}_۱ = ۲۰^\circ$$
$$\Rightarrow ۲۰^\circ + \hat{C}_۲ = ۹۰^\circ \Rightarrow \hat{C}_۲ = ۷۰^\circ$$

در مثلث $\overset{\Delta}{AMC}$ داریم:

$$\hat{A}_۱ + \hat{C}_۲ + ۹۰^\circ = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \hat{A}_۱ + ۷۰^\circ + ۹۰^\circ = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \hat{A}_۱ = ۲۰^\circ$$

$$\hat{x} + \hat{A}_۱ = ۹۰^\circ \Rightarrow \hat{x} = ۹۰^\circ - ۲۰^\circ = ۷۰^\circ \Rightarrow \hat{x} = ۷۰^\circ$$

۱۷ گزینه ۴



$$\overline{AD} = \overline{DE} \Rightarrow \hat{A} = \hat{E}_۱ \qquad (۱)$$

$$\left.\begin{array}{l} AC \text{ وسط } D : \overline{AD} = \overline{DC} \\ \text{فرض} : \overline{AD} = \overline{DE} \end{array}\right\} \Rightarrow \overline{DE} = \overline{DC}$$

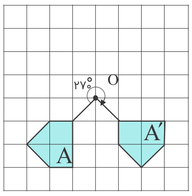
$$\Rightarrow \hat{C} = \hat{E}_۲ \qquad (۲)$$

$$\overset{\Delta}{ACE} : \underbrace{\hat{A} + \hat{C} + \hat{E}_۱ + \hat{E}_۲ = ۱۸۰^\circ}_{\text{مجموع زاویه‌های داخلی مثلث}} \xrightarrow{(۱),(۲)} ۲\hat{E}_۱ + ۲\hat{E}_۲ = ۱۸۰^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{E}_۱ + \hat{E}_۲ = ۹۰^\circ \Rightarrow A\hat{E}C = ۹۰^\circ$$

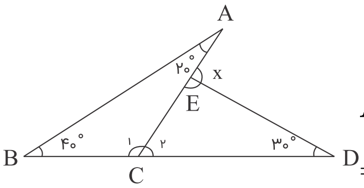
۱۸ گزینهٔ ۳

باتوجه‌به شکل زیر، شکل A' قرینهٔ شکل B نسبت به خط EF است؛ پس گزینهٔ ۳ صحیح است.



۱۹ گزینهٔ ۴

در مثلث ABC داریم:



$$\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}_1=180^\circ \Rightarrow 20^\circ+40^\circ+\hat{C}_1=180^\circ \Rightarrow \hat{C}_1=120^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{C}_1+\hat{C}_2=180^\circ \Rightarrow \hat{C}_2=180^\circ-120^\circ=60^\circ$$

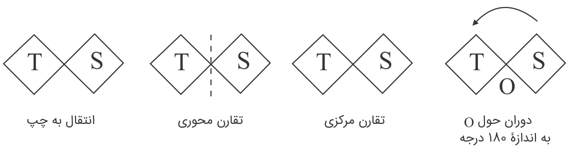
در مثلث DEC داریم:

$$\hat{D}+\hat{C}_2+\hat{E}=180^\circ \Rightarrow 30^\circ+60^\circ+\hat{E}=180^\circ \Rightarrow \hat{E}=90^\circ$$

$$\hat{x}+\hat{E}=180^\circ \Rightarrow \hat{x}+90^\circ=180^\circ \Rightarrow \hat{x}=90^\circ$$

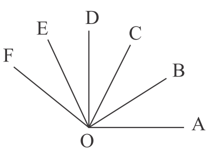
۲۰ گزینهٔ ۴

با هر ۴تا تبدیل می‌توان S را بر T تصویر کرد زیرا:



۲۱ گزینهٔ ۴

ابتدا نیم‌خط‌ها را نام‌گذاری می‌کنیم:



زاویه‌های با یک ضلع AO: $A\hat{O}B$، $A\hat{O}C$، $A\hat{O}D$، $A\hat{O}E$ و $A\hat{O}F$

زاویه‌های با یک ضلع BO: $B\hat{O}C$، $B\hat{O}D$، $B\hat{O}E$ و $B\hat{O}F$

زاویه‌های با یک ضلع CO: $C\hat{O}D$، $C\hat{O}E$ و $C\hat{O}F$

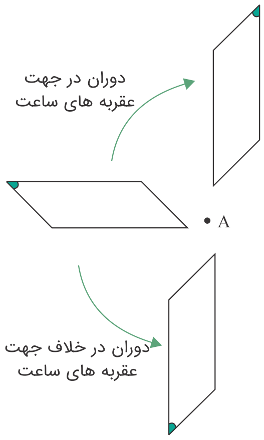
زاویه‌های با یک ضلع DO: $D\hat{O}E$ و $D\hat{O}F$

زاویه‌های با یک ضلع EO: $E\hat{O}F$

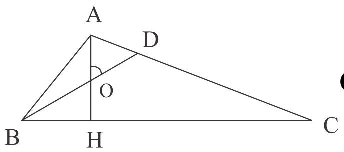
تعداد زاویه‌ها ۱۵ تا است.

۲۲ گزینهٔ ۴

در شکل زیر می‌بینیم که اگر شکل b را ۱۸۰ درجه حول نقطهٔ A دوران دهیم به تصویر c می‌رسیم.



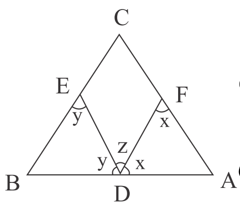
۲۳ گزینه ۲



$$\overset{\Delta}{OBH}: O\hat{B}H + B\hat{O}H + \hat{H} = ۱۸۰^\circ$$

$$\Rightarrow ۲۰^\circ + B\hat{O}H + ۹۰^\circ = ۱۸۰^\circ \Rightarrow B\hat{O}H = ۷۰^\circ \Rightarrow A\hat{O}D = B\hat{O}H = ۷۰^\circ$$

۲۴ گزینه ۲



$$\hat{C} = ۱۰۰^\circ \Rightarrow \overset{\Delta}{CBA}: \hat{C} + \hat{B} + \hat{A} = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \hat{A} + \hat{B} = ۱۸۰^\circ - ۱۰۰^\circ = ۸۰^\circ \quad (۱)$$

متساوی‌الساقین $\overset{\Delta}{AFD}: \hat{F} = \hat{D} = x \Rightarrow \hat{A} = ۱۸۰^\circ - ۲x$

متساوی‌الساقین $\overset{\Delta}{EBD}: \hat{E} = \hat{D} = y \Rightarrow \hat{B} = ۱۸۰^\circ - ۲y$

$$\Rightarrow \hat{A} + \hat{B} = ۱۸۰^\circ - ۲y + ۱۸۰^\circ - ۲x \Rightarrow \hat{A} + \hat{B} = ۳۶۰^\circ - ۲(x+y)$$

$$\xrightarrow{(۱)} ۸۰^\circ = ۳۶۰^\circ - ۲(x+y) \Rightarrow ۲(x+y) = ۳۶۰^\circ - ۸۰^\circ$$

$$\Rightarrow ۲(x+y) = ۲۸۰^\circ \Rightarrow x + y = ۱۴۰^\circ$$

$$z + x + y = ۱۸۰^\circ \Rightarrow z = ۱۸۰^\circ - ۱۴۰^\circ = ۴۰^\circ$$

۲۵ گزینه ۲

مثلث ABC متساوی‌الاضلاع است، پس:

$$\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = ۶۰^\circ$$

در مثلث ABM داریم:

$$\hat{A}_۱ + \hat{B} + ۹۰^\circ = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \hat{A}_۱ + ۶۰^\circ + ۹۰^\circ = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \hat{A}_۱ = ۳۰^\circ$$

در مثلث ABN داریم:

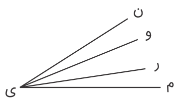
$$\hat{B}_۱ + \hat{A} + \hat{N} = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \hat{B}_۱ + ۶۰^\circ + ۹۰^\circ = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \hat{B}_۱ = ۳۰^\circ$$

حال در مثلث ABO داریم:

$$\hat{A}_۱ + \hat{B}_۱ + \hat{x} = ۱۸۰^\circ$$
$$\Rightarrow ۳۰^\circ + ۳۰^\circ + \hat{x} = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \hat{x} = ۱۸۰^\circ - ۶۰^\circ = ۱۲۰^\circ$$

۲۶ گزینه ۲

زوایای تند شکل: (م ی ر)، (ر ی و)، (و ی ن)، (م ی و)،(م ی ن)،(ر ی ن)



۲۷ گزینه ۲

مثلث BMN متساوی‌الساقین است.

$$\hat{M}_۱ = \hat{N}_۱$$
$$\Rightarrow \hat{B} + \hat{M}_۱ + \hat{N}_۱ = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \hat{B} = ۱۸۰^\circ - (\hat{M}_۱ + \hat{N}_۱)$$

مثلث CPN نیز متساوی‌الساقین است.

$$\hat{P}_۲ = \hat{N}_۲$$
$$\Rightarrow \hat{C} + \hat{N}_۲ + \hat{P}_۲ = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \hat{C} = ۱۸۰^\circ - (\hat{N}_۲ + \hat{P}_۲)$$

ازطرفی در مثلث ABC داریم:

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = ۱۸۰^\circ$$
$$۹۰^\circ + ۱۸۰^\circ - (\hat{M}_۱ + \hat{N}_۱) + ۱۸۰^\circ - (\hat{N}_۲ + \hat{P}_۲) = ۱۸۰^\circ$$
$$\Rightarrow ۲۷۰^\circ = ۲\hat{N}_۱ + ۲\hat{N}_۲ \Rightarrow ۲(\hat{N}_۱ + \hat{N}_۲) = ۲۷۰^\circ$$

پس درمجموع داریم:

$$\Rightarrow \hat{N}_۱ + \hat{N}_۲ = ۱۳۵^\circ$$

ازطرفی داریم:

$$\hat{x} + \hat{N}_۱ + \hat{N}_۲ = ۱۸۰^\circ$$
$$\Rightarrow \hat{x} = ۱۸۰^\circ - (\hat{N}_۱ + \hat{N}_۲) = ۱۸۰^\circ - ۱۳۵^\circ = ۴۵^\circ$$

۲۸

گزینه ۲

باتوجه‌به دو شکل، A' دوران ۲۷۰° شکل A در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت حول مرکز (مبدأ مختصات) است. دوران اندازۀ شکل را حفظ می‌کند، پس شکل‌های A و A' باهم همنهشت‌اند.

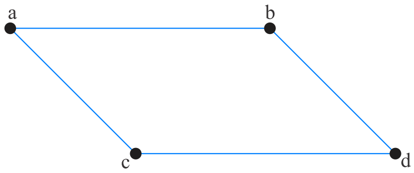
در دو شکل همنهشت زاویه‌ها و اضلاع متناظر باهم برابرند، پس هر زاویۀ شکل A با زاویۀ متناظرش در شکل A' برابر است و مساحت آن‌ها باهم برابر است.

پس فقط دو تا از این جملات درست هستند.

۲۹

گزینه ۲

با به هم وصل کردن نقاط مطابق شکل، یک متوازی‌الاضلاع ایجاد می‌شود. حال اگر پاره‌خط ab را نسبت به محل تلاقی قطرها در متوازی‌الاضلاع دوران دهیم، نقطۀ a بر d و b بر c منطبق می‌شود. حال برای اینکه a بر c و b بر d منطبق شود، باید یک دوران نسبت به مرکز پاره‌خط cd انجام دهیم. پس در کل به ۲ دوران نیاز داریم.



۳۰

گزینه ۲

$$\hat{F}_۱ = \hat{F}_۲ = ۲۰^\circ \Rightarrow \hat{F}_۱ + \hat{F}_۲ = ۴۰^\circ = \hat{F}$$

$$\hat{E} = ۱۸۰^\circ - (\hat{D} + \hat{F}) = ۱۸۰^\circ - ۱۰۰^\circ = ۸۰^\circ$$

$$\hat{E}_۱ = \hat{E}_۲ \,,\, \hat{E}_۱ + \hat{E}_۲ = ۸۰^\circ \Rightarrow ۲\hat{E}_۱ = ۸۰^\circ \Rightarrow \hat{E}_۱ = ۴۰^\circ$$

$$\hat{A} + \hat{E}_۱ + \hat{F}_۱ = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \hat{A} + ۴۰^\circ + ۲۰^\circ = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \hat{A} = ۱۸۰^\circ - ۶۰^\circ = ۱۲۰^\circ$$