



گزینه ۱

۱

الگوی اعداد صورت سؤال از دو بخش صورت و مخرج کسر تشکیل شده است. صورت کسر با عبارت "شماره هر جمله به اضافه یک" برابر است و مخرج کسر نیز سه برابر شماره هر جمله است، یعنی برای جمله  $n$ ام داریم:  $\frac{n+1}{3n}$  بنابراین برای جمله صد و بیست و پنجم خواهیم داشت:

$$\frac{125 + 1}{3 \times 125} = \frac{126}{375}$$

گزینه ۴

۲



گزینه ۴

۳

ابتدا جمله  $n$ ام الگو و سپس جمله  $۳۲۱$ ام را به دست می‌آوریم. باتوجه به اعداد داده‌شده، مشاهده می‌شود که:

$$\text{جمله اول} = 1 = 1 + 0 = 1 + 4 \times 0$$

$$\text{جمله دوم} = 5 = 1 + 4 = 1 + 4 \times 1$$

$$\text{جمله سوم} = 9 = 1 + 8 = 1 + 4 \times 2$$

$$\text{جمله چهارم} = 13 = 1 + 12 = 1 + 4 \times 3$$

:

$$\text{جمله } n\text{ام} = 1 + 4 \times (n - 1)$$

پس جمله  $۳۲۱$ ام برابر است با

$$1 + 4 \times (321 - 1) = 1 + 4 \times 320 = 1281 \text{ جمله } ۳۲۱\text{ام}$$

الگوی صورت سؤال یک در میان از رابطه مشخصی تبعیت می‌کند. اگر جملات را به صورت یکی در میان در دو الگوی مجزا بنویسیم، خواهیم داشت:

$$۷, ۱۷, ۲۷, ۳۷, ۴۷, ۵۷, ۶۷, ۷۷, ۸۷, ۹۷, \underbrace{۱۰۷}$$

$$۸, ۱۸, ۲۸, ۳۸, ۴۸, ۵۸, ۶۸, ۷۸, ۸۸, \underbrace{۹۸}$$

جمله بیست و یکم از الگوی اولی و جمله بیستم از الگوی دومی به دست می‌آید؛ بنابراین:

$$\Rightarrow ۱۰۷ + ۹۸ = ۲۰۵$$

x نفر از شهر A به شهر B و سپس از شهر B به شهر C رفته‌اند؛ بنابراین مسافت پیموده شده ایشان عبارت است از:

$$x \times (۶۰۰ + ۵۰۰) = ۱۱۰۰x \text{ کیلومتر}$$

$$y \times (۴۰۰) = ۴۰۰y \text{ کیلومتر}$$

در مجموع این دو گروه  $۱۱۰۰x + ۴۰۰y$  کیلومتر مسافت را پیموده‌اند.

جدول مربوط به شماره شکل و تعداد چوب‌کبریت‌ها را تشکیل می‌دهیم:

شماره شکل	۱	۲	۳	۴
تعداد چوب‌کبریت‌ها	۳	۵	۷	۹

با دقت در جدول فوق، درمی‌یابیم که تعداد چوب‌کبریت‌ها فرد است و در هر مرحله ۲ تا اضافه می‌شود. رابطه بین شماره شکل و تعداد چوب‌کبریت‌ها، به صورت  $۲n + ۱$  خواهد شد؛ زیرا برای به دست آوردن تعداد چوب‌کبریت‌ها کافی است شماره مرحله را دو برابر کرده و ۱ واحد اضافه کنیم.

$$\left. \begin{aligned} \text{محیط مستطیل} &= ۲(a + b) = ۲a + ۲b \\ \text{محیط مربع} &= ۴(a) = ۴a \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع محیط‌ها} = ۲a + ۲b + ۴a = ۶a + ۲b$$

$$\left. \begin{aligned} \text{محیط مستطیل} &= ۲(a + b) = ۲a + ۲b \\ \text{محیط مثلث} &= ۲a + b \end{aligned} \right\} \Rightarrow ۲a + ۲b - ۲a - b = b$$

$$\left. \begin{aligned} \text{تعداد چرخ‌های دوچرخه‌ها} &= 2 \times x \\ \text{تعداد چرخ‌های سه‌چرخه‌ها} &= 3 \times y \\ \text{تعداد چرخ‌های ماشین‌ها} &= 4 \times z \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{مجموع تعداد چرخ‌ها} = 2x + 3y + 4z$$

$$\left. \begin{aligned} n = 1 &\Rightarrow \text{چوب کبریت } 3 \\ n = 2 &\Rightarrow \text{چوب کبریت } 5 \\ n = 3 &\Rightarrow \text{چوب کبریت } 7 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{تعداد چوب کبریت‌های شکل } n \text{ ام} = 2n + 1$$

$$n = 7 \Rightarrow \text{تعداد چوب کبریت‌ها} = 2(7) + 1 = 15$$

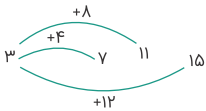
$$\begin{aligned} (1) \text{ جمله} &= 1 \times (3 \times 1 + 1) \\ (2) \text{ جمله} &= 2 \times (3 \times 2 + 1) \\ (3) \text{ جمله} &= 3 \times (3 \times 3 + 1) \\ (4) \text{ جمله} &= 4 \times (3 \times 4 + 1) \\ &\vdots \\ \text{جمله } n \text{ ام} &= n(3n + 1) \end{aligned}$$

در الگوی صورت سؤال هر جمله ۴ واحد از جمله قبلی خود بزرگ‌تر است، پس ضریب ۴ را برای شماره جمله در نظر می‌گیریم یعنی اگر شماره جمله  $n$  باشد، ضریب  $4n$  دارد؛ اما جمله اول عدد ۱ است. برای اینکه عدد ۱ حاصل شود، باید  $4n - 3$  شود. اگر  $4n - 3$  را برای دیگر جمله‌ها نیز در نظر بگیریم به پاسخ صحیح می‌رسیم. برای به دست آوردن جمله صدم کافی است عدد ۱۰۰ را به جای  $n$  جایگذاری کنیم:

$$4 \times 100 - 3 = 400 - 3 = 397$$

اعداد به‌اندازه سه واحد باهم اختلاف دارند، پس جمله  $3n$  باید وجود داشته باشد. از طرفی در الگوی داده‌شده، جمله اول به ازای  $n = 1$  برابر با ۵ شده است؛ پس جمله  $n$  ام آن برابر است با:  $3n + 2$

الگوی عددی اول دارای خاصیت زیر است:



$$\text{جمله دوم} = 7 = 3 + 4 = 3 + 4 \times 1$$

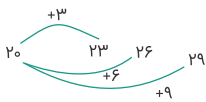
$$\text{جمله سوم} = 11 = 3 + 8 = 3 + 4 \times 2$$

$$\text{جمله چهارم} = 15 = 3 + 12 = 3 + 4 \times 3$$

باتوجه به روابط فوق، درواقع برای به دست آوردن جمله  $n$ ام کافی است ۳ را با ۴ برابر  $(n-1)$  جمع کنیم، پس:

$$\text{جمله } n \text{ام الگوی الف} = 3 + 4 \times (n-1) = 3 + 4n - 4 = 4n - 1$$

به طور مشابه:



$$\text{جمله دوم} = 23 = 20 + 3 = 20 + 3 \times 1$$

$$\text{جمله سوم} = 26 = 20 + 6 = 20 + 3 \times 2$$

$$\text{جمله چهارم} = 29 = 20 + 9 = 20 + 3 \times 3$$

$$\text{جمله } n \text{ام الگوی ب} = 20 + 3 \times (n-1) = 20 + 3n - 3 = 3n + 17$$

$$\text{حاصل جمع جمله } n \text{ام دو الگو} = 4n - 1 + 3n + 17 = 7n + 16$$

مساحت مستطیل برابر است با: عرض  $\times$  طول = مساحت

- الگوی مربوط به عرض‌های مستطیل برابر است با:  $n+1 \Rightarrow 2, 3, 4, \dots$

- الگوی مربوط به طول‌های مستطیل برابر است با:  $3n+1 \Rightarrow 4, 7, 10, \dots$

بنابراین مساحت مستطیل  $n$ ام برابر است با:  $(n+1)(3n+1)$

عدد موردنظر را  $x$  فرض کنید. داریم:

$$\begin{aligned} x &\xrightarrow{+7} (x+7) \xrightarrow{\times(-3)} -3(x+7) \xrightarrow{-20} -3(x+7) - 20 \\ &\xrightarrow{\times 4} 4 \times [-3x - 21 - 20] \xrightarrow{+5x} 4 \times [-3x - 41] + 5x \\ &= -12x - 164 + 5x = -7x - 164 \end{aligned}$$

$$(-2) + (-5) + (-8) + (-11) + (-14) = -40$$

شکل اول از یک مثلث کوچک، شکل دوم از چهار مثلث کوچک و شکل سوم از نه مثلث کوچک تشکیل شده است؛ بنابراین شکل  $n$ ام از  $n^2$  مثلث کوچک تشکیل شده است.

در انتقال کاغذها از میز شماره ۲ به شماره ۳، ۱۶ کاغذ داریم که ۸تای آن زوج است. پس چون در نوبت‌های زوج، کاغذها را نصف می‌کند، ۱۶ کاغذ از این ۸ تا ایجاد می‌شود. ۸ کاغذ فرد هم داشتیم، پس در مجموع ۲۴ تکه کاغذ داریم. حال در انتقال از میز ۳ به ۴، ۲۴ کاغذ داریم که ۱۲تایشان شماره زوج دارند، پس ۲۴ تا کاغذ از این ۱۲ تا ایجاد می‌شود. ۱۲ تا هم کاغذ فرد داریم، پس در کل ۳۶ کاغذ ایجاد می‌شود.

اگر کمی الگوی موردنظر را تغییر دهیم و صورت‌ها را باهم مساوی کنیم، داریم:

$$\frac{1}{2}, \frac{2}{5}, \frac{1}{3}, \frac{2}{7}, \frac{1}{4}, \frac{2}{9}, \dots \rightarrow \frac{2}{4}, \frac{2}{5}, \frac{2}{6}, \frac{2}{7}, \frac{2}{8}, \frac{2}{9}, \dots$$

$$\xrightarrow{\text{الگوی عدد } n \text{ ام}} \frac{2}{n+3}$$

$$\text{مثال: } n = 1 \Rightarrow \frac{2}{1+3} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$n = 5 \Rightarrow \frac{2}{5+3} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

$$n = 6 \Rightarrow \frac{2}{6+3} = \frac{2}{9}$$