**۱** گزینه ۲

گزینهٔ"۱": $|a| = |-a|$ است؛ زیرا قدر مطلق یعنی فاصلهٔ نقطه از مبدأ و نقطه‌های a و a- از مبدأ فاصلهٔ یکسانی دارند.
گزینهٔ"۳": می‌دانیم که $\sqrt{a^2} = |a|$ است.
گزینهٔ"۴": معلوم است که $a^2 > 0$ است، پس $|a|^2 = |a| \times |a| = |a^2| = a^2$ است؛ بنابراین:

$$\frac{a^2}{|a|} = \frac{|a|^2}{|a|} = |a|$$

پس گزینه‌های "۱"، "۳"و "۴"همگی برابر با $|a|$ هستند، اما گزینهٔ"۲"برابر با a است زیرا:

$$\frac{|a^2|}{a} = \frac{a^2}{a} = a$$

و اگر $a < 0$ باشد، $|a| = -a$ است.

**۲** گزینه ۲

عددی را که تعداد ارقام اعشاری آن بی‌شمار و بدون دورهٔ تناوب باشد گنگ یا اصم می‌نامند.
بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱ : ...۱/۱۶۱۶۱۶

دورهٔ تناوب ۱۶ دارد؛ پس عدد گویا است. این عدد $\frac{115}{99}$ است.

گزینهٔ ۲ : ...۱/۱۶۱۶۶۱۶۶۶۱۶۶۶۶

هیچ دورهٔ تناوبی ندارد؛ پس عدد گنگ است.

گزینهٔ ۳ : ...۱/۶۱۱۶۶۱۱۶۶۱۱۶

دورهٔ تناوب ۶۱۱۶ دارد؛ پس عدد گویا است. این عدد $\frac{16115}{9999}$ است.

گزینهٔ ۴ : ...۱/۶۶۱۱۱۱۶۶۶۶۱۱۱۱۶۶

دورهٔ تناوب ۶۶۱۱۱۱۶۶ دارد؛ پس عدد گویا است. این عدد $\frac{166111165}{99999999}$ است.

**۳** گزینه ۴

بین هر دو عدد نابرابری، بی‌شمار عدد گویا وجود دارد.

**۴** گزینه ۳

$$OA^۲ = ۱^۲ + ۳^۲ \Rightarrow OA = \sqrt{۱۰}$$

$$OB^۲ = OA^۲ + AB^۲ = ۱۰ + ۲^۲ = ۱۴ \Rightarrow OB = \sqrt{۱۴}$$

$$\Rightarrow OC = OB = \sqrt{۱۴}$$

**۵** گزینه ۲

$$۴۰ < \sqrt{۱۶۵۰} < ۴۱ \Rightarrow \sqrt{۴۵} < \sqrt{۵ + \sqrt{۱۶۵۰}} < \sqrt{۴۶}$$

$$\Rightarrow ۶ < \sqrt{۵ + \sqrt{۱۶۵۰}} < ۷$$

$$\Rightarrow \sqrt{۱۰} < \sqrt{۴ + \sqrt{۵ + \sqrt{۱۶۵۰}}} < \sqrt{۱۱}$$

$$\Rightarrow ۳ < \sqrt{۴ + \sqrt{۵ + \sqrt{۱۶۵۰}}} < ۴$$

**۶** گزینه ۲

$$۵\frac{۱}{۶} - ۲\frac{۲}{۳} = \frac{۳۱}{۶} - \frac{۸}{۳} = \frac{۳۱ - ۱۶}{۶} = \frac{۱۵}{۶} = \frac{۵}{۲}$$

$$-\frac{۷}{۴} + \frac{۳}{۵} = \frac{-۳۵ + ۱۲}{۲۰} = \frac{-۲۳}{۲۰}$$

$$M = \frac{۳\frac{۱}{۲} + (۵\frac{۱}{۶} - ۲\frac{۲}{۳})}{(-\frac{۷}{۴} + \frac{۳}{۵}) \times \frac{۲۰}{۳۷}} = \frac{۳\frac{۱}{۲} + \frac{۵}{۲}}{-\frac{۲۳}{۲۰} \times \frac{۲۰}{۳۷}} = \frac{\frac{۷}{۲} + \frac{۵}{۲}}{-\frac{۲۳}{۳۷}} = \frac{\frac{۱۲}{۲}}{-\frac{۲۳}{۳۷}}$$

$$= ۶ \div (-\frac{۲۳}{۳۷}) = ۶ \times (-\frac{۳۷}{۲۳}) = -\frac{۲۲۲}{۲۳}$$

**۷** گزینه ۱

$$\left.\begin{matrix} ab < ۰ \\ c < ۰ \end{matrix}\right\} \Rightarrow ab + c < ۰ \quad , \quad \left.\begin{matrix} bc > ۰ \\ a > ۰ \end{matrix}\right\} \Rightarrow bc + a > ۰ \quad , \quad \left.\begin{matrix} a > ۰ \\ c < ۰ \end{matrix}\right\} \Rightarrow a - c > ۰$$

$$\frac{|ab + c| + |bc + a|}{|a - c|} = \frac{-ab - c + bc + a}{a - c}$$

$$= \frac{b(c - a) - (c - a)}{a - c} = \frac{(c - a)(b - ۱)}{-(c - a)} = ۱ - b$$

**۸** گزینه ۴

بررسی گزینه‌ها:

$$\text{گزینهٔ ۱)}\ \sqrt{\frac{۲۵}{۰/۰۹}}=\frac{۵}{۰/۳}=\frac{۵۰}{۳}$$

$$\text{گزینهٔ ۲)}\ \sqrt{۰/۸۱}=۰/۹=\frac{۹}{۱۰}$$

$$\text{گزینهٔ ۳)}\ \sqrt{۷+\sqrt{۴}}=\sqrt{۷+۲}=\sqrt{۹}=۳$$

$$\text{گزینهٔ ۴)}\ \sqrt{۵+\sqrt{۹}}=\sqrt{۵+۳}=\sqrt{۸}\in\mathbb{Q}'$$

**۹** گزینه ۲

$$\frac{۱}{۱+\frac{۱}{۳}}=\frac{۱}{\frac{۴}{۳}}=\frac{۳}{۴}\Rightarrow A=\frac{\frac{۳}{۴}+۱+\frac{۳}{۴}}{۱+\frac{۱}{۱+\frac{۳}{۴}}}=\frac{\frac{۱۰}{۴}}{۱+\frac{۴}{۷}}=\frac{\frac{۱۰}{۴}}{\frac{۱۱}{۷}}=\frac{۷۰}{۴۴}=\frac{۳۵}{۲۲}$$

**۱۰** گزینه ۳

$$\sqrt{۴}<\sqrt{۷}<\sqrt{۹}\Rightarrow ۲<\sqrt{۷}<۳\Rightarrow ۲+۲<\sqrt{۷}+۲<۳+۲\Rightarrow ۴<\sqrt{۷}+۲<۵$$

**۱۱** گزینه ۲

$$OC=OA=\sqrt{۲^۲+۱^۲}=\sqrt{۵}$$

بنابراین $\overset{\Delta}{DEA}$ مثلثی قائم‌الزاویه به اضلاع قائم $(۱+\sqrt{۵})$ و ۲ واحد است.

$$AD=AB=\sqrt{(۱+\sqrt{۵})^۲+۲^۲}=\sqrt{(۱+\sqrt{۵})(۱+\sqrt{۵})+۴}$$

$$=\sqrt{۱+\sqrt{۵}+\sqrt{۵}+\sqrt{۵}\times\sqrt{۵}+۴}=\sqrt{۵+۵+۲\sqrt{۵}}=\sqrt{۱۰+۲\sqrt{۵}}$$

پس نقطهٔ B عدد زیر را روی محور نشان می‌دهد:

$$\sqrt{۵}-\sqrt{۱۰+۲\sqrt{۵}}$$

**۱۲** گزینه ۴

$$\frac{\sqrt{۲}+۵}{۲\sqrt{۲}+m}\xrightarrow{m=۱۰}\frac{\sqrt{۲}+۵}{۲\sqrt{۲}+۱۰}=\frac{\sqrt{۲}+۵}{۲(\sqrt{۲}+۵)}=\frac{۱}{۲}\ \text{(عددی گویا است.)}$$

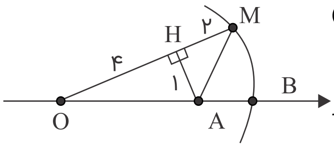
**۱۳** گزینه ۴

$$\underbrace{|۴\sqrt{۲}-۶|}_{\text{منفی}}+\underbrace{|۳-۲\sqrt{۲}|}_{\text{مثبت}}-\underbrace{|۲-۲\sqrt{۲}|}_{\text{منفی}}$$

$$=(۶-۴\sqrt{۲})+(۳-۲\sqrt{۲})-(۲\sqrt{۲}-۲)$$

$$=۶-۴\sqrt{۲}+۳-۲\sqrt{۲}-۲\sqrt{۲}+۲=۱۱-۸\sqrt{۲}$$

**۱۴** گزینه ۳




$$\overset{\Delta}{OHA}:\ OA=\sqrt{۱^۲+۴^۲}=\sqrt{۱+۱۶}=\sqrt{۱۷}$$

$$\overset{\Delta}{AHM}:\ AM=\sqrt{۱^۲+۲^۲}=\sqrt{۵}=AB\Rightarrow OB=OA+AB=\sqrt{۱۷}+\sqrt{۵}$$

**۱۵** گزینه ۲

طبق قضیهٔ فیثاغورس:

$$AB=\sqrt{۱^۲+۲^۲}=\sqrt{۵}\Rightarrow \text{نقطهٔ } A:\sqrt{۵}-۱$$

$$AD=\sqrt{۱^۲+۳^۲}=\sqrt{۱۰}$$

$$\text{نقطهٔ } A':\sqrt{۱۰}+\sqrt{۵}-۱\xrightarrow{\text{قرینه}}۱-\sqrt{۵}-\sqrt{۱۰}$$

**۱۶** گزینه ۳

اگر کسر را با دور در دور و نزدیک در نزدیک کردن ساده کنیم (البته باتوجه‌به اولویت خط کسری‌ها) به عبارت زیر می‌رسیم:

$$\frac{۱\times۳\times۵\times۷\times۹}{۲\times۴\times۶\times۸\times۱۰}=\frac{a}{b}$$

که چون a و b نسبت به هم اول‌اند، a مضرب ۷ خواهد بود. دقت کنید عدد ۵ در صورت با ۱۰ در مخرج ساده می‌شود.

**۱۷** گزینه ۱

$$۲+\cfrac{۱}{۲+\cfrac{۱}{۲+\frac{۱}{۲}}}=۲+\cfrac{۱}{۲+\cfrac{۱}{\frac{۵}{۲}}}=۲+\cfrac{۱}{۲+\frac{۲}{۵}}=۲+\cfrac{۱}{\frac{۱۲}{۵}}=۲+\frac{۵}{۱۲}=\frac{۲۹}{۱۲}$$

$$\Rightarrow B=\cfrac{\frac{۲۹}{۱۲}+\frac{۲۹}{۱۲}}{\frac{۲۹}{۱۲}}-۱=۲-۱=۱$$

**۱۸** گزینه ۲

$$a=۰/\overline{۳}\Rightarrow ۱۰a=۳/\overline{۳}\Rightarrow ۹a=۳\Rightarrow a=\frac{۳}{۹}=\frac{۱}{۳}$$

$$b=۰/۱\overline{۶}\Rightarrow ۱۰b=۱/\overline{۶}\Rightarrow ۱۰۰b=۱۶/\overline{۶}\Rightarrow ۹۰b=۱۵\Rightarrow b=\frac{۱۵}{۹۰}=\frac{۱}{۶}$$

$$\begin{cases}\frac{۱}{۳}=\frac{۱\times ۴}{۳\times ۴}=\frac{۴}{۱۲}\\ \frac{۱}{۶}=\frac{۱\times ۲}{۶\times ۲}=\frac{۲}{۱۲}\end{cases}\Rightarrow \frac{۲}{۱۲}<\frac{۳}{۱۲}<\frac{۴}{۱۲}\Rightarrow \frac{۱}{۶}<\frac{۱}{۴}<\frac{۱}{۳}$$

**۱۹** گزینه ۴

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱ : $a=-۳\ ,\ b=۵\Rightarrow \begin{cases}|a+b|=|-۳+۵|=۲\\ |a|+|b|=۳+۵=۸\end{cases}\Rightarrow |a+b|\neq|a|+|b|$

گزینهٔ ۲ : $a=-۵\ ,\ b=۸\Rightarrow \begin{cases}|a+b|=|-۵+۸|=۳\\ |a|+|b|=۵+۸=۱۳\end{cases}\Rightarrow |a+b|\neq|a|+|b|$

گزینهٔ ۳ : $a=۷\ ,\ b=-۲\Rightarrow \begin{cases}|a+b|=|۷+(-۲)|=۵\\ |a|+|b|=۷+۲=۹\end{cases}\Rightarrow |a+b|\neq|a|+|b|$

گزینهٔ ۴ : $a=-۲\ ,\ b=-۹\Rightarrow \begin{cases}|a+b|=|-۲-۹|=۱۱\\ |a|+|b|=۲+۹=۱۱\end{cases}\Rightarrow |a+b|=|a|+|b|$

**۲۰** گزینه ۳

می‌دانیم عدد مخلوط یعنی عدد صحیح به‌اضافهٔ کسر؛ درنتیجه داریم:

$$a\frac{۱-a}{a-۱}=a+\frac{۱-a}{a-۱}=a+\frac{-(a-۱)}{a-۱}=a-۱$$

**۲۱** گزینه ۳

$$B=\frac{۳}{۲}\times\frac{۸}{۳}\times\frac{۱۵}{۴}\times\frac{۲۴}{۵}\times\frac{۳۵}{۶}\times\frac{۴۸}{۷}\times\frac{۶۳}{۸}\times\frac{۸۰}{۹}=\frac{۳\times ۴\times ۵\times ۶\times ۷\times ۸\times ۹\times ۱۰}{۹}$$

اگر عبارت بالا را در $\frac{۱}{۳\times ۴\times ۵\times ۶\times ۷\times ۸\times ۹\times ۱۰}$ ضرب کنیم، حاصل برابر با $\frac{۱}{۹}$ می‌شود.

**۲۲** گزینه ۱

$$\left.\begin{array}{l} \overset{\Delta}{AHM} : AM^{۲} = ۱^{۲} + ۲^{۲} = ۵ \Rightarrow AM = \sqrt{۵} = AB \\ \overset{\Delta}{AHO} : OA^{۲} = ۳^{۲} + ۱^{۲} = ۱۰ \Rightarrow OA = \sqrt{۱۰} \end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow \text{نقطهٔ } B : OA + AB = \sqrt{۱۰} + \sqrt{۵}$$

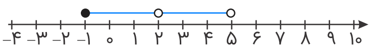
**۲۳** گزینه ۳

$$\frac{\overbrace{-۱+۲}^{+۱}\ \overbrace{-۳+۴}^{+۱} + \ldots \overbrace{-۲۵۵+۲۵۶}^{+۱}}{\underbrace{۱-۲}_{-۱}\ \underbrace{+۳-۴}_{-۱} + \ldots \underbrace{+۳۸۳-۳۸۴}_{-۱}} = \frac{\frac{۲۵۶}{۲} \times ۱}{\frac{۳۸۴}{۲} \times (-۱)} = \frac{۱۲۸}{-۱۹۲} = -\frac{۲}{۳}$$

**۲۴** گزینه ۳

می‌دانیم که تعریف اعداد گویا به‌صورت $Q = \{\frac{a}{b} | a, b \in \mathbb{Z}, b \neq ۰\}$ است.
بنابراین در صورت کسر، صفر، همهٔ اعداد منفی و مثبت صحیح قرار دارند ولی مخرج کسر شامل صفر نمی‌شود و تعریف موجود در گزینهٔ "۳" نیز گویای همین مطلب است.

**۲۵** گزینه ۱




**۲۶** گزینه ۴

در مثلث قائم‌الزاویهٔ شکل، اندازهٔ وتر برابر است با:

$$\sqrt{۲^{۲} + ۱^{۲}} = \sqrt{۵}$$

از نقطهٔ ۳ به‌اندازهٔ $\sqrt{۵}$ کم کرده‌ایم تا نقطهٔ A به دست آمده است؛ پس نقطهٔ A نمایش عدد $۳ - \sqrt{۵}$ است.

**۲۷** گزینه ۴

$$a - b \in \mathbb{Q} \ , \ \frac{bc + ac}{ac} = \frac{b + a}{a} \xrightarrow[a \in \mathbb{Q}]{b+a \in \mathbb{Q}} \frac{b + a}{a} \in \mathbb{Q}$$

**۲۸**

**گزینه ۴**

آن دسته از اعداد کسری نمایش اعشاری مختوم دارند که بعد از ساده‌شدن کسر، مخرج شمارندهٔ اولی به‌جز ۲ و ۵ نداشته باشد.

باتوجه‌به گزینه‌ها:

مخرج، شمارندهٔ اول ۱۱ دارد:

$$\text{گزینهٔ ۱} : \frac{۱۰}{۱۱} = ۰/۹۰۹۰۹۰...$$

مخرج، شمارندهٔ اول ۳ دارد:

$$\text{گزینهٔ ۲} : \frac{۷}{۹} = ۰/۷۷۷۷...$$

مخرج، شمارنده‌های اول ۲ و ۳ دارد:

$$\text{گزینهٔ ۳} : \frac{۱}{۶} = ۰/۱۶۶۶...$$

مخرج، شمارندهٔ اول ۲ دارد؛ پس نمایش اعشاری آن مختوم است:

$$\text{گزینهٔ ۴} : \frac{۱}{۱۶} = ۰/۰۶۲۵$$

**۲۹**

**گزینه ۴**

$$\sqrt{ab^۲c^۳} \times \sqrt{-a^۲b^۳c} = ۲ \Rightarrow \sqrt{(ab^۲c^۳) \times (-a^۲b^۳c)} = ۲ \Rightarrow \sqrt{-a^۳b^۵c^۴} = ۲$$

$$\Rightarrow \sqrt{-a \times a^۲ \times b \times b^۴ \times c^۴} = \sqrt{-ab(a^۲b^۴c^۴)} = |ab^۲c^۲|\sqrt{-ab} = ۲$$

اگر $-ab$ عددی مثبت باشد، آنگاه حاصل عبارت می‌تواند برابر ۲ شود: $-ab > ۰ \Rightarrow ab < ۰$

**۳۰**

**گزینه ۱**

واضح است که:

$$۹ < ۱۲ < ۱۶ \Rightarrow ۳ < \sqrt{۱۲} < ۴$$

پس:

$$\sqrt{(۳ - \sqrt{۱۲})^۲} = |۳ - \sqrt{۱۲}| = \sqrt{۱۲} - ۳$$

$$|۴ - \sqrt{۱۲}| = ۴ - \sqrt{۱۲}$$

$$۱ < \sqrt{۲} \Rightarrow |۱ - \sqrt{۲}| = \sqrt{۲} - ۱$$

$$\sqrt{۲} < \sqrt{۳} \Rightarrow |\sqrt{۲} - \sqrt{۳}| = \sqrt{۳} - \sqrt{۲} \Rightarrow A = \frac{\sqrt{۱۲} - ۳ + ۴ - \sqrt{۱۲}}{\sqrt{۲} - ۱ + \sqrt{۳} - \sqrt{۲}} = \frac{۱}{\sqrt{۳} - ۱}$$

**۳۱** گزینه ۳

$$A=|۱۵-۱۶+۲|=|-۱+۲|=۱$$

$$B=|-۳\times(-۴)-۱۷|=|۱۲-۱۷|=|-۵|=۵$$

$$|۲A-B|=|۲\times۱-۵|=|۲-۵|=|-۳|=۳$$

**۳۲** گزینه ۲

$$\frac{a+\frac{۱}{\frac{۱}{a}}}{a+\frac{۱}{a+\frac{۱}{a}}}\xrightarrow{a=\frac{۳}{۲}}\frac{\frac{۳}{۲}+\frac{\frac{۱}{۲}}{۳}}{\frac{۳}{۲}+\frac{۱}{\underbrace{\frac{۳}{۲}+\frac{۲}{۳}}_{\frac{۱۳}{۶}}}}=\frac{\frac{۳}{۲}+\frac{۳}{۲}}{\frac{۳}{۲}+\frac{۶}{۱۳}}=\frac{۳}{\frac{۵۱}{۲۶}}=\frac{۲۶}{۱۷}$$

**۳۳** گزینه ۲

ابتدا کسرهای مساوی با مخرج ۱۱۰ را به‌صورت تقریبی، برای دو کسر $\frac{۴}{۵}$ و $\frac{۱۱}{۲۱}$ می‌نویسیم.
سپس باتوجه‌به تعریف اعداد گویا، کسرهای بین این دو عدد را نوشته و تعداد آن‌ها را حساب می‌کنیم.

$$\frac{۱۱}{۲۱}\simeq\frac{۵۷/۶}{۱۱۰}<\frac{۵n}{۱۱۰},\frac{۵۸}{۱۱۰},\dots,\frac{۸۷}{۱۱۰}<\frac{۴}{۵}=\frac{۸۸}{۱۱۰}$$

تعداد اعداد گویا بین این دو کسر برابر است با:

$$\frac{۸۷-۵n}{۱}+۱=۳۰$$

**۳۴** گزینه ۲

$$۳-۳[-(۳)^۲+۳\times\frac{۱}{۲}-۹(\frac{۱}{۳})^۳-(-۴)^۲]$$

$$=۳-۳[-۹+\frac{۳}{۲}-\frac{۹}{۲۷}-۱۶]$$

$$=۳-۳[-۹+\frac{۳}{۲}-\frac{۱}{۳}-۱۶]=۳-۳[-۲۵+\frac{۹-۲}{۶}]$$

$$=۳-۳[-۲۵+\frac{۷}{۶}]=۳-۳[\frac{-۱۵۰+۷}{۶}]$$

$$=۳-۳\times\frac{-۱۴۳}{۶}=۳+\frac{۱۴۳}{۲}=\frac{۱۴۹}{۲}$$

**۳۵** گزینه ۳

با یک تقریب مناسب، حدود $\sqrt{۱۰}$ را پیدا کرده و در عبارات جاگذاری می‌کنیم. داریم:

$$(۳/۱)^۲ = ۹/۶۱ \ , \quad (۳/۲)^۲ \simeq ۱۰/۲۴ \Rightarrow \sqrt{۱۰} \simeq ۳/۲$$

$$\Rightarrow \frac{-۱۳-۲\sqrt{۱۰}}{۳} \simeq \frac{-۱۳-۶/۴}{۳} = \frac{-۱۹/۴}{۳} \simeq -۶/۴۶$$

$$\frac{-۱۳+۲\sqrt{۱۰}}{۳} \simeq \frac{-۱۳+۶/۴}{۳} = \frac{-۶/۶}{۳} = -۲/۲$$

$$\Rightarrow \frac{-۱۳-۲\sqrt{۱۰}}{۳} < -۳ < \frac{-۱۳+۲\sqrt{۱۰}}{۳}$$

$$\Rightarrow A \cap B = \left\{x \in \mathbb{R} \middle| -۳ \leq x < \frac{-۱۳+۲\sqrt{۱۰}}{۳}\right\}$$

**۳۶** گزینه ۴

طبق رابطهٔ فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویهٔ AOC:

$$AC^۲ = ۱^۲ + ۲^۲ = ۱ + ۴ = ۵ \Rightarrow AC = \sqrt{۵}$$

طبق رابطهٔ فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویهٔ ACD:

$$AD^۲ = (\sqrt{۵})^۲ + ۲^۲ = ۵ + ۴ = ۹ \Rightarrow AD = ۳$$

$$AD = AE = ۳$$

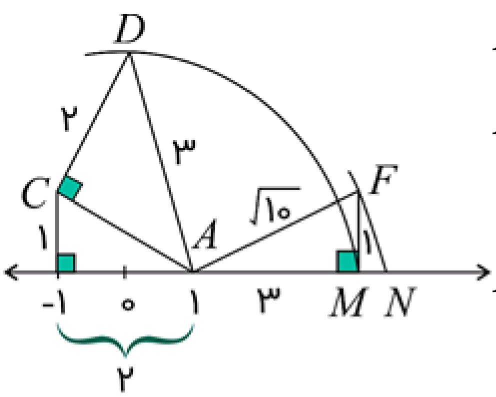
طبق رابطهٔ فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویهٔ AEF:

$$AF = AG \, , \, AF^۲ = ۳^۲ + ۱^۲ = ۹ + ۱ = ۱۰ \Rightarrow AF = AG = \sqrt{۱۰}$$

$$OG = OA + AG = ۲ + \sqrt{۱۰}$$

**۳۷** گزینه ۴

ابتدا مکان نقطهٔ M را به دست می‌آوریم:




$$AC = \sqrt{۲^۲ + ۱} = \sqrt{۴ + ۱} = \sqrt{۵}$$

$$AD = \sqrt{(۵)^۲ + ۲^۲} = \sqrt{۵ + ۴} = \sqrt{۹} = ۳$$

بنابراین اندازهٔ AM برابر است با ۳، پس خواهیم داشت:

$$AF = \sqrt{۳^۲ + ۱^۲} = \sqrt{۹ + ۱} = \sqrt{۱۰}$$

نقطهٔ N نمایش‌دهندهٔ عدد $\sqrt{۱۰} + ۱$ است.

**۳۸** گزینهٔ ۲

وقتی سعید $\frac{۱}{۵}$ کتاب داستان را در روز شنبه مطالعه کرده است، $\frac{۴}{۵}$ آن باقی می‌ماند که در روز یک‌شنبه $\frac{۱}{۳}$ از این مقدار باقی‌مانده رامطالعه کرده است، پس:

$$\frac{۴}{۵} \times \frac{۱}{۳} = \frac{۴}{۱۵}$$ مطالعه در روز یک‌شنبه

$$\frac{۱}{۵} + \frac{۴}{۱۵} = \frac{۳}{۱۵} + \frac{۴}{۱۵} = \frac{۷}{۱۵}$$ مطالعه شده است

$$۱ - \frac{۷}{۱۵} = \frac{۱۵}{۱۵} - \frac{۷}{۱۵} = \frac{۸}{۱۵} \Rightarrow$$ $\frac{۸}{۱۵}$ از کتاب را مطالعه نکرده است

**۳۹** گزینهٔ ۲

بنا به رابطهٔ فیثاغورس:

$$OM^۲ = ۲^۲ + ۱^۲ = ۵ \Rightarrow OM = OA = \sqrt{۵}$$

$$ON^۲ = ۳^۲ + ۱^۲ = ۱۰ \Rightarrow ON = OB = \sqrt{۱۰}$$

از طرفی طول پاره‌خط AB برابر است با $OA + OB$؛ بنابراین: $AB = \sqrt{۱۰} + \sqrt{۵}$

**۴۰** گزینهٔ ۳

می‌دانیم که:

$$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R} \quad , \quad \mathbb{Q} \cap \mathbb{Q}' = \varnothing \quad , \quad \mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}' = \mathbb{R}$$

بنابراین شکل صورت سؤال با عباراتی که در گزینهٔ "۳" بیان شده است، مطابقت دارد.

**۴۱** گزینهٔ ۴

$$A = \frac{۱}{۲ \times ۵} + \frac{۱}{۵ \times ۸} + \frac{۱}{۸ \times ۱۱} + \frac{۱}{۱۱ \times ۱۴} + \frac{۱}{۱۴ \times ۱۷} + \frac{۱}{۱۷ \times ۲۰} + \frac{۱}{۲۰ \times ۲۳}$$

$$\Rightarrow ۳A = \frac{۳}{۲ \times ۵} + \frac{۳}{۵ \times ۸} + \frac{۳}{۸ \times ۱۱} + \frac{۳}{۱۱ \times ۱۴} + \frac{۳}{۱۴ \times ۱۷} + \frac{۳}{۱۷ \times ۲۰} + \frac{۳}{۲۰ \times ۲۳}$$

$$= (\frac{۱}{۲} - \frac{۱}{۵}) + (\frac{۱}{۵} - \frac{۱}{۸}) + (\frac{۱}{۸} - \frac{۱}{۱۱}) + (\frac{۱}{۱۱} - \frac{۱}{۱۴}) + (\frac{۱}{۱۴} - \frac{۱}{۱۷}) + (\frac{۱}{۱۷} - \frac{۱}{۲۰}) + (\frac{۱}{۲۰} - \frac{۱}{۲۳})$$

$$= \frac{۱}{۲} - \frac{۱}{۲۳} = \frac{۲۳ - ۲}{۴۶} = \frac{۲۱}{۴۶} \Rightarrow ۳A = \frac{۲۱}{۴۶} \Rightarrow A = \frac{۷}{۴۶}$$

**۴۲** گزینه ۱

$$a < ۰ \Rightarrow |a| = -a$$

$$b > ۰ \Rightarrow |b| = b\ ,\ \ |-۲b| = ۲b$$

$$\Rightarrow A = \frac{|a| - ۲\,|b|}{|a| + |-۲b|} = \frac{-a - ۲b}{-a + ۲b} = \frac{a + ۲b}{a - ۲b}$$

**۴۳** گزینه ۳

$\sqrt{۰/۹}$ گنگ است چراکه ۰/۹ توان دوم هیچ عدد گویایی نیست.

$$\sqrt{۰/۰۹} = ۰/۳ \qquad \sqrt{۰/۶۴} = ۰/۸ \qquad \sqrt{۱/۲۱} = ۱/۱$$

**۴۴** گزینه ۳

حاصل‌جمع یا تفریق یک عدد گنگ و یک عدد گویا همواره عددی گنگ است، پس گزینه‌های ۲ و ۴ هر دو نادرست است، اما در گزینه‌های ۱ و ۳ دقت کنید اگر $y = ۰$ باشد، $xy = \frac{y}{x} = ۰$ و گویا است.

**۴۵** گزینه ۳

$$۲\sqrt{(۲-\sqrt{۵})^۲} - \sqrt{(۲\sqrt{۵}-۳)^۲} = ۲|\overbrace{۲-\sqrt{۵}}^{\text{منفی}}| - |\overbrace{۲\sqrt{۵}-۳}^{\text{مثبت}}|$$

$$= ۲(\sqrt{۵}-۲) - (۲\sqrt{۵}-۳) = ۲\sqrt{۵} - ۴ - ۲\sqrt{۵} + ۳ = -۱$$

**۴۶** گزینه ۱

نخست عددهای درون کسر را ساده‌تر می‌کنیم؛ یعنی تعداد ارقام دورهٔ تناوب اعداد را در صورت امکان یکی می‌کنیم تا بتوانیم آن‌ها را باهم جمع کنیم:

$$۴/۲\overline{۵۰۲} = ۴/۲۵۰۲۵۰۲۵۰... = ۴/\overline{۲۵۰} \quad , \quad ۰/۰\overline{۲۰۰} = ۰/۰۲۰۰۲۰۰۲۰۰۲۰... = ۰/\overline{۰۲۰}$$

$$۱/\overline{۳} = ۱/۳۳۳۳... = ۱/\overline{۳۳۳} \quad , \quad ۲/\overline{۱} = ۲/۱۱۱۱۱۱... = ۲/\overline{۱۱۱}$$

حال داریم:

$$۰/۱۰۰۱۰۰... + ۲/۱۱۱۱۱۱... + ۰/۰۲۰۰۲۰... = ۲/۲۳۱۲۳۱... = ۲/\overline{۲۳۱}$$

$$۱/۳۳۳۳۳۳... + ۴/۲۵۰۲۵۰... + ۱/۱۱۰۱۱۰... = ۶/۶۹۳۶۹۳... = ۶/\overline{۶۹۳}$$

اکنون داریم:

$$\frac{۱/\overline{۳} + ۴/۲\overline{۵۰۲} + ۱/\overline{۱۱۰}}{۰/\overline{۱۰۰} + ۲/\overline{۱} + ۰/۰\overline{۲۰۰}} = \frac{۶/\overline{۶۹۳}}{۲/\overline{۲۳۱}} = \frac{۳ \times ۲/\overline{۲۳۱}}{۲/\overline{۲۳۱}} = ۳$$

۴۷ گزینه ۲

باتوجه‌به مثبت بودن عددهای a، b و c و ترتیب صعودی آن‌ها در بررسی هریک از قدر مطلق‌ها خواهیم داشت:

$$|\underbrace{a-b-c}_{\text{منفی}}| = -(a-b-c) = -a+b+c$$

$$|\underbrace{c-b}_{\text{مثبت}}| = c-b \quad , \quad |\underbrace{a-c}_{\text{منفی}}| = -(a-c) = c-a$$

درنتیجه:

$$A = -a+b+c-(c-b)-(c-a) = -\cancel{a}+b+\cancel{c}-\cancel{c}+b-c+\cancel{a}$$

$$A = ۲b-c$$

۴۸ گزینه ۳

$$\left.\begin{aligned} &\frac{۱}{۶} = \frac{۱}{۲\times۳} = \frac{۱}{۲}-\frac{۱}{۳} \\ &\frac{۱}{۱۲} = \frac{۱}{۳\times۴} = \frac{۱}{۳}-\frac{۱}{۴} \\ &\vdots \\ &\frac{۱}{۱۱۰} = \frac{۱}{۱۰\times۱۱} = \frac{۱}{۱۰}-\frac{۱}{۱۱} \end{aligned}\right\}$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}-\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۳}-\frac{۱}{۴}+\ldots+\frac{۱}{۱۰}-\frac{۱}{۱۱} = \frac{۱}{۲}-\frac{۱}{۱۱} = \frac{۱۱-۲}{۲۲} = \frac{۹}{۲۲} \xrightarrow{\text{قرینه}} -\frac{۹}{۲۲}$$

۴۹ گزینه ۲

$$\left.\begin{aligned} &a = ۰/\overline{۲۱} \\ &۱۰۰a = ۲۱/\overline{۲۱} \end{aligned}\right\} \Rightarrow ۱۰۰a - a = ۲۱/\overline{۲۱} - ۰/\overline{۲۱}$$

$$\Rightarrow ۹۹a = ۲۱ \Rightarrow a = ۰/\overline{۲۱} = \frac{۲۱}{۹۹}$$

$$\frac{۲۱}{۱۰۰} < x < \frac{۲۱}{۹۹} \Rightarrow \frac{۲۱}{۱۰۰} < x < \frac{۷}{۳۳} \Rightarrow \frac{۶۹۳}{۳۳۰۰} < x < \frac{۷۰۰}{۳۳۰۰} \Rightarrow x = \frac{۶۹۸}{۳۳۰۰}$$

۵۰ گزینه ۲

حاصل گزینهٔ "۱" برابر با ۷- و حاصل گزینهٔ "۲" برابر با $|۱-\sqrt{۲۹}| \simeq |۱-۵/۳۸| = ۴/۳۸$ است.
صورت کسر گزینهٔ "۳" عددی منفی و مخرج آن عددی مثبت است، پس این عبارت نیز عددی منفی است و گزینهٔ "۴" نیز از صفر کوچک‌تر است:

$$\frac{۵}{۲} - ۲\sqrt{۲} = \sqrt{\frac{۲۵}{۴}} - \sqrt{۸} = \sqrt{۶/۲۵} - \sqrt{۸} < ۰$$

**۵۱** گزینه ۲

هر عدد منفی همواره کوچک‌تر از هر عدد مثبت است، پس بین کسرهای صورت سؤال دو عدد منفی را باهم مقایسه می‌کنیم تا ببینیم کدام کسر از بقیه کوچک‌تر است و دو کسر مثبت را نیز باهم مقایسه می‌کنیم تا ببینیم کدام کسر از بقیه بزرگ‌تر است.

$$-\frac{۳}{۴} = -\frac{۹}{۱۲} , -\frac{۹}{۱۲} < -\frac{۵}{۱۲} \Rightarrow -\frac{۳}{۴} \text{ کوچک‌ترین کسر}$$

$$\frac{۵}{۶} = \frac{۱۰}{۱۲} , \frac{۷}{۱۲} < \frac{۱۰}{۱۲} \Rightarrow \frac{۵}{۶} \text{ بزرگ‌ترین کسر}$$

بنابراین از بین چهار کسر صورت سؤال، $(-\frac{۳}{۴})$ از همه کوچک‌تر و $\frac{۵}{۶}$ از همه بزرگ‌تر است؛ بنابراین برای به دست آوردن اختلاف آن‌ها داریم:

$$\frac{۵}{۶} - (-\frac{۳}{۴}) = \frac{۲۰}{۲۴} + \frac{۱۸}{۲۴} = \frac{۳۸}{۲۴} = \frac{۱۹}{۱۲} = ۱\frac{۷}{۱۲}$$

**۵۲** گزینه ۴

$$۱ \div \frac{۱}{a} = ۱ \times a = a \Rightarrow B = \frac{۱}{۱ \div \frac{۱}{۱ \div \frac{۱}{a}}} = \frac{۱}{۱ \div \frac{۱}{a}} = \frac{۱}{a}$$

**۵۳** گزینه ۱

باید فاصلهٔ عدد x از عدد "۳-" کمتر از مقدار مشخص "۴" باشد. با این تعریف باید بنویسیم:

$$|x - (-۳)| < ۴ \Rightarrow |x + ۳| < ۴$$

**۵۴** گزینه ۴

طبق قضیهٔ فیثاغورس:

$$GB = \sqrt{۱^۲ + ۲^۲} = \sqrt{۵}$$

$$GC = \sqrt{۱^۲ + (\sqrt{۵})^۲} = \sqrt{۶}$$

$$GD = \sqrt{۱ + (\sqrt{۶})^۲} = \sqrt{۷}$$

$$GA = GF = \sqrt{۲^۲ + (\sqrt{۷})^۲} = \sqrt{۴ + ۷} = \sqrt{۱۱} \Rightarrow A \text{ نقطهٔ} : -۳ + \sqrt{۱۱}$$

**۵۵** گزینه ۱

$$\left.\begin{array}{l} AC = CF = \sqrt{۱^۲ + ۲^۲} = \sqrt{۵} \\ DB = DE = \sqrt{۲^۲ + ۲^۲} = \sqrt{۸} \end{array}\right\} \Rightarrow AB = AC + CD + DB = \sqrt{۵} + ۱ + \sqrt{۸}$$

**۵۶** گزینه ۴

برای آنکه نمایش اعشاری یک کسر، متناوب ساده باشد باید در تجزیهٔ عدد مخرج، پس از ساده کردن عددهای ۲ و ۵ وجود نداشته باشند، به این ترتیب ابتدا مخرج را تجزیه می‌کنیم:

$$\frac{a}{۳۶}=\frac{a}{۲^۲\times ۳^۲}$$

سپس تمام مضرب‌های عدد ۴ را اگر به‌جای a قرار دهیم، پس از ساده شدن، کسر حاصل متناوب ساده خواهد شد.

$$a=۴,۸,۱۲,۱۶,۲۰,۲۴,۲۸,۳۲\Rightarrow \text{عدد }۸$$

**۵۷** گزینه ۳

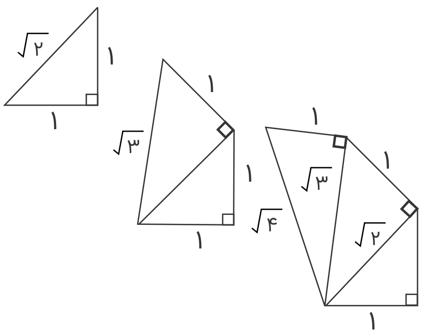
محیط شکل اول: $۲+\sqrt{۲}$

محیط شکل دوم: $۳+\sqrt{۳}$

محیط شکل سوم: $۴+\sqrt{۴}$

به همین ترتیب داریم:

محیط شکل هشتم: $۹+\sqrt{۹}=۱۲$




تذکر: دقت کنید مثلثی که در مرحلهٔ هشتم به شکل اضافه می‌شود، با مثلثی که در مرحلهٔ نخست وجود دارد به‌جز در رأس مشترک همهٔ مثلث‌ها، برخوردی ندارد؛ چراکه زاویهٔ نزدیک به این رأس مشترک در همهٔ مثلث‌های مراحل دو به بعد، از چهل‌وپنج درجه کمتر است و $۸\times ۴۵^\circ=۳۶۰^\circ$ درجه و تمام صفحه است. در غیر این صورت، نمی‌توانستیم از الگویی که برای محیط کشف کردیم، در این مرحله هم استفاده کنیم.

**۵۸** گزینه ۳

تشریح گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱ : $\sqrt{۱۶}<\sqrt{۲۱}<\sqrt{۲۵}\Rightarrow ۴<\sqrt{۲۱}<۵$

گزینهٔ ۲ : $\sqrt{۳}\simeq ۱/۷\Rightarrow ۰<۰/۷<۱$

گزینهٔ ۳ : $۴<۲\sqrt{۱۵}<۶\Rightarrow \sqrt{۱۶}<\sqrt{۶۰}<۳۶\quad\times$

گزینهٔ ۴ : $\sqrt{۰/۳۶}<\sqrt{۰/۳۷}<\sqrt{۰/۴۹}\Rightarrow ۰/۶<\sqrt{۰/۳۷}<۰/۷$

بنابراین گزینهٔ "۳" نادرست است.

**۵۹** گزینه ۲

$$۱-\frac{۱}{۶}+\frac{۲}{۳}=\frac{۶}{۶}-\frac{۱}{۶}+\frac{۲}{۳}=\frac{۵}{۶}+\frac{۴}{۶}=\frac{۹}{۶}=\frac{۳}{۲}$$

$$-۱-\frac{۱}{-۱-\frac{۱}{۱-\frac{۱}{۲}}}=-۱-\frac{۱}{-۱-\frac{۱}{\frac{۱}{۲}}}=-۱-\frac{۱}{-۱-۲}=-۱+\frac{۱}{۳}=-\frac{۲}{۳}$$

$$\Rightarrow A=\frac{\frac{۳}{۲}}{-\frac{۲}{۳}}=-\frac{۹}{۴}$$

**۶۰** گزینه ۲

می‌دانیم در کسر متناوب ساده، مخرج ساده‌شده باید شامل عامل‌هایی به‌جز ۲ و ۵ باشد.

$$\frac{a+۱}{۲۴}=\frac{a+۱}{۲^۳\times ۳}\Rightarrow a+۱=۸k$$

$$a+۱=۸k<۲۴\Rightarrow k<۳$$

$$a+۱=۸\Rightarrow a=۷$$

$$a+۱=۱۶\Rightarrow a=۱۵$$