



گزینه ۲

۱

ابتدا مضارب دو خط می‌خورند.

۱۹ ۲۰ ۲۱ ۲۲ ۲۳ ۲۴ ۲۵ ۲۶ ۲۷ ۲۸ ۲۹ ۳۰
 ۳۱ ۳۲ ۳۳ ۳۴ ۳۵ ۳۶ ۳۷ ۳۸ ۳۹ ۴۰ ۴۱

عدد ۳۲ هفتمین عددی است که خط می‌خورد.

گزینه ۲

۲

اعداد اول کوچک‌تر از ۸۶، ۲۳ عدد زیر هستند، لذا بایستی ۶۲ عدد را خط بزیم:

۲, ۳, ۵, ۷, ۱۱, ۱۳, ۱۷, ۱۹, ۲۳, ۲۹, ۳۱, ۳۷, ۴۱, ۴۳, ۴۷, ۵۳, ۵۹, ۶۱, ۶۷, ۷۱, ۷۳, ۷۹, ۸۳

گزینه ۴

۳

موارد "الف" و "هـ" صحیح هستند.

ب: در غربال اعداد ۱ تا ۵۰، عدد ۲۵ که مربع عدد ۵ است، اولین عددی است که برای اولین بار در مرحله حذف مضارب عدد ۵ خط می‌خورد.

ج: هر عدد طبیعی به جز ۱، حداقل دو شمارنده طبیعی دارد. عدد ۱، یک شمارنده طبیعی دارد.

د: بین دو عدد ۸۰ و ۹۰، تنها دو عدد ۸۳ و ۸۹ اول‌اند.

گزینه ۲

۴

بخش‌پذیری اعداد مطرح‌شده را بررسی می‌کنیم.

$$\sqrt{107} < \sqrt{121} = 11$$

$$\sqrt{137} < \sqrt{144} = 12$$

بنابراین بخش‌پذیری اعداد را بر ۱۱، ۷، ۵، ۳، ۲ بررسی می‌کنیم. گزینه‌های "ا"، ۳ و "۴" بر هیچ‌کدام بخش‌پذیر نیستند.

چون مجموع ارقام گزینه "۳" برابر با ۹ می‌شود و بر ۳ بخش‌پذیر است، پس عدد ۱۱۷ بر ۳ بخش‌پذیر خواهد بود و اول نیست.

برای اینکه تساوی $(\circ, 6) = 1$ برقرار باشد، باید اعدادی را در جای خالی قرار دهیم که شمارنده مشترک با $6 = 3 \times 2$ نداشته باشد؛ یعنی عامل اول ۲ و ۳ نداشته باشد. برای این کار می‌توانیم از غربال اعداد استفاده کنیم و اعداد با شمارنده‌های ۲ و ۳ را خط بزنیم و حذف کنیم. اعدادی که در مرحله حذف مضارب ۲ خط می‌خورند:

۲۴ عدد : ۲, ۴, ۶, ۸, ..., ۴۸

اعدادی که در مرحله حذف مضارب ۳ خط می‌خورند و در مرحله قبل خط نخورده‌اند:

۸ عدد : ۳, ۹, ۱۵, ۲۱, ۲۷, ۳۳, ۳۹, ۴۵

بنابراین از ۴۹ عدد کوچک‌تر از ۵۰، تعداد ۳۲ عدد هستند که حاصل ب.م.م آن‌ها با ۶ برابر ۱ نمی‌شود و ۱۷ عدد باقی‌مانده مطلوب ما هستند.

باید عدد را بر اعداد اول ۲، ۳، ۵، ۷ و ۱۱ تقسیم کنیم؛ پس حداکثر پنج تقسیم باید انجام دهیم. نکته: تقسیم را تا عدد اولی ادامه می‌دهیم که مربع آن، بین عددهای نوشته شده نباشد.

گزینه "۱": مرکب است، زیرا: $64 - 27 + 8 = 37 + 8 = 45$
گزینه "۲": بر ۷ و ۱۱ و توان‌های آن‌ها بخش‌پذیر است؛ پس مرکب است.
گزینه "۳": بر ۳ و ۵ و توان‌های آن‌ها بخش‌پذیر است؛ پس مرکب است.
گزینه "۴": یعنی عدد ۴۰۱ عددی اول است، چون بر اعداد اول کوچک‌تر از $\sqrt{401}$ بخش‌پذیر نیست.

$$1 + 2 + \dots + 21 = \frac{21 \times 22}{2} = 21 \times 11 = 231 \xrightarrow{11^5 \text{ عدد فرد است}} 11^5 + 231 = \text{عددی زوج}$$

در نتیجه کوچکترین شمارنده اول آن عدد دو است.

اعداد اول را پیدا کرده و مضارب آن‌ها را خط می‌زنیم و مجذور آخرین عدد اولی که مضارب آن را خط می‌زنیم باید بین اعداد باشد. آخرین اعدادی که خط می‌خورند مضارب ۱۱ هستند که در مراحل قبلی خط نخورده‌اند. اعداد ۱۲۱ و $11 \times 13 = 143$ این خاصیت را دارند؛ پس آخرین عددی که خط می‌خورد ۱۴۳ است.

$$1 + 4 + 3 = 8$$

۱۰

گزینه ۲

می‌دانیم که $5 < \sqrt{34} < 6$ است، پس آخرین عددی که در این روش غربال خط می‌خورد، بزرگ‌ترین عدد به جز ۵ است که تنها به ۵ بخش‌پذیر است، یعنی عدد ۲۵.

۱۱

گزینه ۲

مربع عدد ۱۹ که عدد ۳۶۱ است، در بین اعداد هست. ولی مربع عدد ۲۳ که عدد ۵۲۹ است، در بین اعداد نیست. پس آخرین عدد اولی که مضارب آن را خط می‌زنیم عدد ۱۹ است.

۱۲

گزینه ۲

الگو را تا جمله پنزدهم ادامه می‌دهیم. الگوی آن به این صورت است که جمله اول به علاوه ۱، جمله دوم به علاوه ۳ و جمله سوم به علاوه ۵ می‌شود و همین‌طور ادامه می‌یابد:

۲, ۳, ۶, ۱۱, ۱۸, ۲۷, ۳۸, ۵۱, ۶۶, ۸۳, ۱۰۲, ۱۲۳, ۱۴۶, ۱۷۱, ۱۹۸

می‌بینیم که ۴ عدد اول خواهیم داشت.

۱۳

گزینه ۲

اعداد ۱ تا ۱۰۰ را نوشته و غربال می‌کنیم. پس از حذف عدد ۱ و مضارب مرکب ۲، ۳ و ۵ اعداد زیر باقی می‌ماند که اعداد ۴۹، ۷۷ و ۹۱ برای اولین بار در مرحله حذف مضارب عدد ۷ خط می‌خورند و بنابراین عدد ۹۱ سومین عددی است که در این مرحله خط می‌خورد.

۲, ۳, ۵, ۷, ۱۱, ۱۳, ۱۷, ۱۹

۲۳, ۲۹, ۳۱, ۳۷, ۴۱, ۴۳, ۴۷, ۴۹

۵۳, ۵۹, ۶۱, ۶۷, ۷۱, ۷۳, ۷۷, ۷۹

۸۳, ۸۹, ۹۱, ۹۷

۱۴

گزینه ۳

عدد ۲۰۵۷ به این صورت قابل تجزیه است: $2057 = 11^2 \times 17$ که کوچک‌ترین عامل اول آن ۱۱ است. پس در حذف مضرب‌های ۱۱، خط می‌خورد.

۱۵

گزینه ۲

مضرب ۲ به اضافه ۱ بر ۲ بخش‌پذیر نیست. مضرب ۳ به اضافه ۱ بر ۳ بخش‌پذیر نیست. مضرب ۱۱ به اضافه ۱ بر ۱۱ بخش‌پذیر نیست؛ پس این عدد اول است.

باید ببینیم بزرگ‌ترین عدد اولی که حاصل ضرب آن در خودش بین ۱ تا ۱۲۰ موجود است، چه عددی است. عدد اول بعد از ۷، ۱۱ است که $11 \times 11 = 121$ در بین اعداد موجود نیست؛ پس در انتها مضارب ۷ خط می‌خورند.

$$119 = 7 \times 17$$

پس ۱۱۹ آخرین عددی است که خط می‌خورد.

رد گزینه "۱": ب.م. عدد ۲ با هر عدد زوج مرکب، ۲ است.

رد گزینه "۳": سه عدد فرد متوالی ۳، ۵ و ۷ اول‌اند.

گزینه "۴": هر عدد اول دو شمارنده دارد و بی‌شمار مضرب.

روش غربال را تا عدد اولی انجام می‌دهیم که مربع آن در بین اعداد وجود نداشته باشد. مربع عدد ۴۱ در بین اعداد وجود ندارد؛ پس غربال را تا مضارب عدد ۳۷ انجام می‌دهیم و باید ۱۳۹۷ را بر اعداد اول کوچک‌تر مساوی ۳۷ تقسیم کنیم تا متوجه شویم اول است یا مرکب.

$$2^2 = 4, 3^2 = 9, 5^2 = 25, 7^2 = 49$$

$$11^2 = 121, 13^2 = 169, 17^2 = 289, 19^2 = 361$$

$$23^2 = 529, 29^2 = 841, 31^2 = 961, 37^2 = 1369, 41^2 = 1681$$

گزینه "۲" صحیح است.

$$5 < \sqrt{31} < 6$$

پس عدد ۳۱ را باید بر اعداد ۲، ۳ و ۵ تقسیم کنیم که مطمئن شویم عددی اول است.