۱ گزینه ۲

فقط چندضلعی‌های منتظمی که تعداد اضلاعشان زوج است، مرکز تقارن دارند، پس:

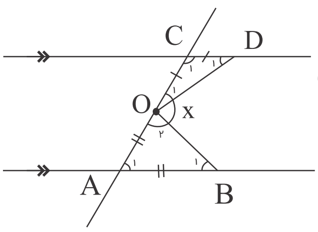
$$(۲, n) = ۲$$

تعداد خط‌های تقارن نیز برابر با تعداد اضلاع چندضلعی است، یعنی $a = n$ است.

$$\Rightarrow a + (۲, n) = a + ۲ = n + ۲$$

۲ گزینه ۳

باتوجه‌به شکل داریم:



($a \| b$ و مورب d) $\Rightarrow \hat{C}_۱ + \hat{A}_۱ = ۱۸۰^\circ$

در مثلث متساوی‌الساقین $\overset{\Delta}{COD}$ داریم:

$$\hat{C}_۱ + \hat{O}_۱ + \hat{D}_۱ = ۱۸۰^\circ \xrightarrow{\hat{O}_۱=\hat{D}_۱} ۲\hat{O}_۱ + \hat{C}_۱ = ۱۸۰^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{O}_۱ = ۹۰^\circ - \frac{\hat{C}_۱}{۲}$$

در مثلث متساوی‌الساقین $\overset{\Delta}{AOB}$ داریم:

$$\hat{A}_۱ + \hat{O}_۲ + \hat{B}_۱ = ۱۸۰^\circ \xrightarrow{\hat{O}_۲=\hat{B}_۱} ۲\hat{O}_۲ + \hat{A}_۱ = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \hat{O}_۲ = \frac{۱۸۰^\circ - \hat{A}_۱}{۲}$$

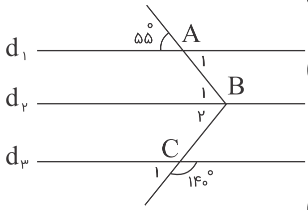
$$\Rightarrow \hat{O}_۲ = ۹۰^\circ - \frac{\hat{A}_۱}{۲}$$

زاویهٔ $\hat{O}$ یک زاویهٔ نیم‌صفحه است؛ بنابراین داریم:

$$\hat{x} + \hat{O}_۱ + \hat{O}_۲ = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \hat{x} + ۹۰^\circ - \frac{\hat{C}_۱}{۲} + ۹۰^\circ - \frac{\hat{A}_۱}{۲} = ۱۸۰^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{x} = \frac{\hat{C}_۱}{۲} + \frac{\hat{A}_۱}{۲} = \frac{\hat{C}_۱ + \hat{A}_۱}{۲} \xrightarrow{\hat{C}_۱+\hat{A}_۱=۱۸۰^\circ} \hat{x} = \frac{۱۸۰^\circ}{۲} = ۹۰^\circ \Rightarrow \hat{x} = ۹۰^\circ$$

۳ گزینه ۲



$\hat{C}_{۱} = ۱۸۰^\circ - ۱۴۰^\circ = ۴۰^\circ$

$(d_۲ || d_۳ \text{ , } BC \text{ مورب}) \Rightarrow \hat{B}_۲ = ۴۰^\circ$

متقابل به رأس : $\hat{A}_۱ = ۵۵^\circ$

$(d_۱ || d_۲ \text{ , } AB \text{ مورب}) \Rightarrow \hat{B}_۱ = ۵۵^\circ$

$\Rightarrow A\hat{B}C = ۵۵^\circ + ۴۰^\circ = ۹۵^\circ$

۴ گزینه ۳

$m || n, \text{ مورب } d \Rightarrow ۲y + ۳۰^\circ = ۸۰^\circ$

$\Rightarrow ۲y = ۵۰^\circ \Rightarrow y = ۲۵^\circ$

$۲x + ۱۰^\circ = ۱۰۰^\circ \Rightarrow ۲x = ۹۰^\circ \Rightarrow x = ۴۵^\circ$

$\Rightarrow ۲x + ۳y = ۱۶۵^\circ$

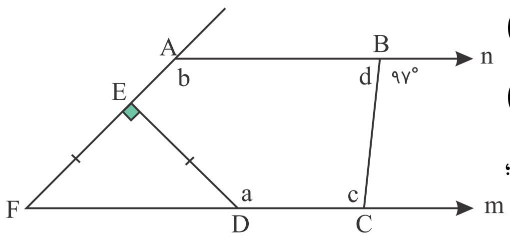
۵ گزینه ۳

با رسم خطوط تقارن که از رأس‌ها می‌گذرند، ۸ مثلث ایجاد می‌شود که همگی متساوی‌الساقین و یک رأسشان O است.
پس زاویهٔ O به ۸ زاویهٔ مساوی تقسیم می‌شود، پس:

$$A\hat{O}B = \frac{۳۶۰^\circ}{۸} = ۴۵^\circ$$

۶ گزینه ۴

باتوجه‌به توازی دو خط m و n داریم:



$(m \parallel n, \text{ مورب } BC) \Rightarrow \hat{c} = ۹۷^\circ$

$(m \parallel n, \text{ مورب } AF) \Rightarrow \hat{F}_۱ + \hat{b} = ۱۸۰^\circ$

در مثلث قائم‌الزاویهٔ FED ضلع‌های EF و ED باهم برابرند؛ پس $\hat{F}_۱ = \hat{D} = ۴۵^\circ$؛
بنابراین اندازهٔ b برابر است با:

$۴۵ + \hat{b} = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \hat{b} = ۱۳۵^\circ$

در آخر حاصل $b - c$ را به دست می‌آوریم:

$b - c = ۱۳۵^\circ - ۹۷^\circ = ۳۸^\circ$

۷ گزینه ۲

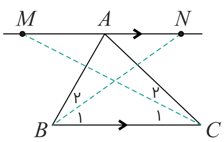
می‌دانیم که هر شکل منتظم به تعداد اضلاعش خط تقارن دارد. همچنین اشکال منتظم اگر تعداد اضلاعشان زوج باشد دارای یک مرکز تقارن هستند و اگر تعداد اضلاعشان فرد باشد، مرکز تقارن ندارند؛ پس:

هفت ضلعی منتظم $\Rightarrow$ ۷ خط تقارن و بدون مرکز تقارن $\Rightarrow$ ۷ + ۰ = ۷

پنج ضلعی منتظم $\Rightarrow$ ۵ خط تقارن

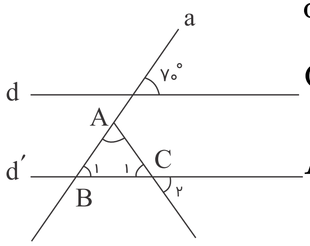
۷ − ۵ = ۲

۸ گزینه ۳



$$\left.\begin{array}{l} MN \parallel BC \\ \text{مورب } BN \Rightarrow \begin{cases} \hat{N} = \hat{B}_۱ \\ \hat{B}_۱ = \hat{B}_۲ \end{cases} \Rightarrow \hat{N} = \hat{B}_۲ \Rightarrow AN = AB \\ MN \parallel BC \\ \text{مورب } MC \Rightarrow \begin{cases} \hat{M} = \hat{C}_۱ \\ \hat{C}_۱ = \hat{C}_۲ \end{cases} \Rightarrow \hat{M} = \hat{C}_۲ \Rightarrow AM = AC \end{array}\right\} \Rightarrow MN = AB + AC = ۷ + ۸ = ۱۵$$

۹ گزینه ۴



$d \| d'$ و مورب $a \Rightarrow \hat{B}_۱ = ۷۰^\circ$

$\hat{C}_۱ = \hat{C}_۲ = ۵۰^\circ$

$\overset{\Delta}{ABC}: \hat{B}_۱ + \hat{C}_۱ + B\hat{A}C = ۱۸۰^\circ \Rightarrow ۷۰^\circ + ۵۰^\circ + B\hat{A}C = ۱۸۰^\circ \Rightarrow B\hat{A}C = ۶۰^\circ$

۱۰ گزینه ۲

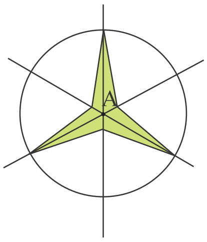
برای آنکه یک چندضلعی منتظم مرکز تقارن داشته باشد باید تعداد اضلاع آن زوج باشد؛ بنابراین مربع مرکز تقارن دارد. لازم به ذکر است که تمامی چندضلعی‌های منتظم خط تقارن دارند.

۱۱ گزینه ۳

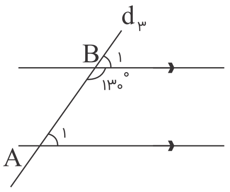
پنج ضلعی منتظم، ۵ محور تقارن دارد که از بقیهٔ گزینه‌ها بیشتر است؛ زیرا گزینهٔ ۱ را نمی‌توان مشخص کرد. گزینهٔ ۲ چهار محور تقارن دارد و گزینهٔ ۴ محور تقارن ندارد.

۱۲ گزینه ۱

سه خط مشخص‌شده در شکل، خطوط تقارن هستند؛ اما این شکل مرکز تقارن ندارد.
توجه: نقطهٔ (A) مرکز تقارن شکل نیست، چراکه اگر شکل را حول آن نقطه به‌اندازهٔ ۱۸۰° دوران دهیم، شکل حاصل بر شکل اولیه منطبق نمی‌شود.



۱۳ گزینه ۳



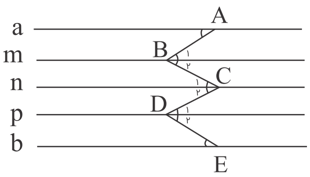
$$\hat{B}_۱ = ۱۸۰^\circ - ۱۳۰^\circ = ۵۰^\circ$$

$d_۱ || d_۲$ و مورب $d_۳ \Rightarrow \hat{B}_۱ = \hat{A}_۱$

$$\Rightarrow ۲x - ۱۰^\circ = ۵۰^\circ \Rightarrow x = ۳۰^\circ$$

۱۴ گزینه ۴

از نقاط B، C و D خط‌هایی موازی a و b به‌صورت زیر رسم می‌کنیم و آن خط‌ها را m، n و p می‌نامیم. حال چون $\hat{B} = ۳۸^\circ$ و $\hat{D} = ۷۸^\circ$، پس:



$$\begin{cases} \hat{B}_۱ + \hat{B}_۲ = ۳۸^\circ \\ \hat{D}_۱ + \hat{D}_۲ = ۷۸^\circ \end{cases}$$

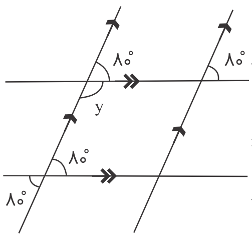
$$\left.\begin{array}{l} \begin{cases} a||m,\ \overset{\text{مورب}}{AB} \Rightarrow \hat{A} = \hat{B}_۱ = ۲۰^\circ \Rightarrow \hat{B}_۲ = ۱۸^\circ \\ m||n,\ \overset{\text{مورب}}{BC} \Rightarrow \hat{C}_۱ = \hat{B}_۲ \Rightarrow \hat{C}_۱ = ۱۸^\circ \end{cases} \\ \begin{cases} b||p,\ \overset{\text{مورب}}{DE} \Rightarrow \hat{E} = \hat{D}_۲ = ۵۰^\circ \Rightarrow \hat{D}_۱ = ۲۸^\circ \\ p||n,\ \overset{\text{مورب}}{DC} \Rightarrow \hat{C}_۲ = \hat{D}_۱ \Rightarrow \hat{C}_۲ = ۲۸^\circ \end{cases} \end{array}\right\} \Rightarrow \hat{C} = \hat{C}_۱ + \hat{C}_۲ = ۱۸^\circ + ۲۸^\circ = ۴۶^\circ$$

۱۵ گزینه ۳

هر n ضلعی منتظم، n محور تقارن دارد، لذا هفت ضلعی منتظم محور تقارن بیشتری نسبت به سایر گزینه‌ها دارد.

۱۶ گزینه ۴

باتوجه‌به خطوط موازی و مورب در شکل داریم:



$$۲\hat{x} + ۴۰^\circ = ۳\hat{x} + ۲۰^\circ$$

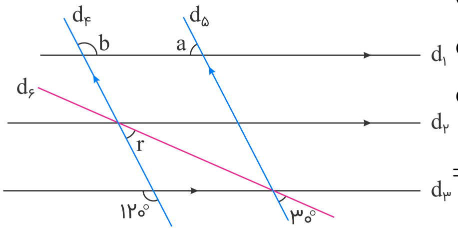
$$\Rightarrow ۳\hat{x} - ۲\hat{x} = ۴۰^\circ - ۲۰^\circ \Rightarrow \hat{x} = ۲۰^\circ$$

$$۲\hat{x} + ۴۰^\circ + \hat{y} = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \hat{y} + ۸۰^\circ = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \hat{y} = ۱۰۰^\circ$$

۱۷ گزینه ۳

تنها گزینهٔ "۳" است که وقتی آن را ۱۸۰° دوران می‌دهیم، روی خودش منطبق می‌شود.

۱۸ گزینه ۳



$$\begin{cases} d_{۴}||d_{۵}\ ,\ \text{مورب}\ d_{۶} \Rightarrow r = ۳۰^{\circ} \\ d_{۱}||d_{۳}\ ,\ \text{مورب}\ d_{۴} \Rightarrow b = ۱۲۰^{\circ} \\ d_{۴}||d_{۵}\ ,\ \text{مورب}\ d_{۱} \Rightarrow a = ۱۸۰^{\circ} - b = ۱۸۰^{\circ} - ۱۲۰^{\circ} = ۶۰^{\circ} \end{cases}$$

$$\Rightarrow (a+b) - r = (۱۲۰^{\circ} + ۶۰^{\circ}) - ۳۰^{\circ} = ۱۵۰^{\circ}$$

۱۹ گزینه ۴

nضلعی‌های منتظم به تعداد اضلاعشان محور تقارن دارند.

فرد ضلعی‌ها مرکز تقارن ندارند.

۲۰ گزینه ۱

۲۱ گزینه ۳

متوازی‌الاضلاع مرکز تقارن دارد. لوزی و مستطیل هم متوازی‌الاضلاع هستند؛ پس مرکز تقارن دارند.

در چندضلعی‌های منتظم اگر تعداد ضلع‌ها فرد باشد، مرکز تقارن وجود ندارد و اگر تعداد ضلع‌ها زوج باشد، مرکز تقارن وجود دارد.

۲۲ گزینه ۴

$$\left.\begin{array}{l} d_{۱}||d_{۲} \\ \text{مورب}\ AB \end{array}\right\} \Rightarrow A\hat{B}E = ۶۰^{\circ} + ۵۰^{\circ} = ۱۱۰^{\circ}$$

زاویهٔ $A\hat{B}D$ مکمل زاویهٔ $A\hat{B}E$ است؛ پس:

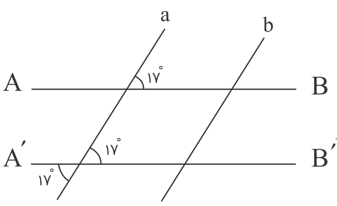
$$A\hat{B}D = ۱۸۰^{\circ} - ۱۱۰^{\circ} = ۷۰^{\circ}$$

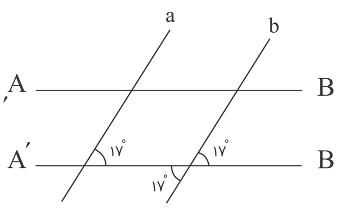
$$\xrightarrow{\text{نیمساز}\ BC} A\hat{B}C = \frac{۷۰^{\circ}}{۲} = ۳۵^{\circ} \Rightarrow \hat{C} = ۱۸۰^{\circ} - (۵۰^{\circ} + ۳۵^{\circ}) = ۹۵^{\circ}$$

۲۳ گزینه ۳

در مرحلهٔ اول خطوط AB و $A'B'$ را موازی و a را مورب در نظر می‌گیریم تا به نتایج شکل زیر برسیم.

در مرحلهٔ دوم خطوط a و b را موازی و خط $A'B'$ را مورب در نظر می‌گیریم تا به نتایج زیر برسیم.

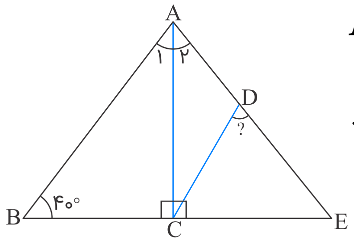




$$x - ۳۰^{\circ} = ۱۷^{\circ} \Rightarrow x = ۴۷^{\circ}$$

۲۴ گزینه ۴

مثلث ABC قائم‌الزاویه است و $\hat{B} = ۴۰^\circ$ و $\hat{C} = ۹۰^\circ$، پس $\hat{A}_۱ = ۵۰^\circ$ و AC نیمساز زاویه $\hat{A}$ است، پس:



$$\hat{A}_۲ = \hat{A}_۱ = ۵۰^\circ \Rightarrow \hat{A} = ۲ \times ۵۰^\circ = ۱۰۰^\circ$$

$$\begin{cases} AB || CD \\ \text{مورب } AE \end{cases} \Rightarrow C\hat{D}E = \hat{A} = ۱۰۰^\circ$$

۲۵ گزینه ۲

چون دو نقطهٔ A و B در یک طرف خط d و به فاصلهٔ یکسانی از آن هستند، پس روی خطی موازی با خط d قرار گرفته‌اند.

۲۶ گزینه ۳

$$(d_۲ || d_۳, d_۱ \text{ مورب}) \Rightarrow ۲x + ۳۰^\circ + ۵x + ۸۰^\circ = ۱۸۰^\circ \Rightarrow ۷x = ۷۰^\circ \Rightarrow x = ۱۰^\circ$$

۲۷ گزینه ۲

چون مثلث ABC متساوی‌الاضلاع است، پس $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = ۶۰^\circ$ و چون مثلث APQ متساوی‌الساقین است، پس $\hat{Q} = \hat{P}$.
باتوجه‌به شکل چون $AQ || BC$ و AC مورب است، پس: $Q\hat{A}H = \hat{C} = ۶۰^\circ$
در مثلث متساوی‌الساقین APQ مجموع زاویه‌های داخلی ۱۸۰ درجه است، پس:

$$۲x + ۶۰^\circ + \hat{P} + \hat{Q} = ۱۸۰^\circ \Rightarrow ۲x + ۶۰^\circ + ۲\hat{Q} = ۱۸۰^\circ$$

$$\Rightarrow ۲\hat{Q} = ۱۸۰^\circ - ۶۰^\circ - ۲x = ۱۲۰^\circ - ۲x \Rightarrow \hat{Q} = \frac{۱۲۰^\circ - ۲x}{۲} = ۶۰^\circ - x$$

۲۸ گزینه ۳

چون BE و CE نیمساز هستند، پس $\hat{B}_۱ = \hat{B}_۲$ و $\hat{C}_۱ = \hat{C}_۲$.

$$\begin{cases} DF || BC \\ \text{مورب } BE \end{cases} \Rightarrow \hat{E}_۱ = \hat{B}_۱ \xrightarrow{\hat{B}_۱ = \hat{B}_۲} \hat{E}_۱ = \hat{B}_۲ \Rightarrow \text{مثلث } DBE \text{ متساوی‌الساقین است} \Rightarrow DB = DE$$

$$\begin{cases} DF || BC \\ \text{مورب } CE \end{cases} \Rightarrow \hat{E}_۲ = \hat{C}_۱ \xrightarrow{\hat{C}_۱ = \hat{C}_۲} \hat{E}_۲ = \hat{C}_۲ \Rightarrow \text{مثلث } FCE \text{ متساوی‌الساقین است} \Rightarrow FC = FE$$

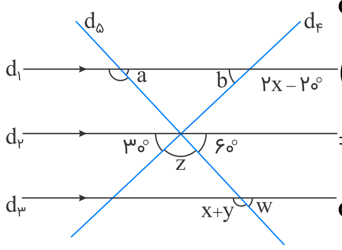
$$\Rightarrow \text{محیط } ADF = AD + DE + EF + AF = AD + DB + AF + FC = AB + AC$$

۲۹ گزینه ۳

یک شش ضلعی منتظم را در نظر بگیرید. اگر از مرکز تقارن (نقطهٔ O) که وسط شش ضلعی است به تمام رئوس وصل کنیم، ۶ مثلث به وجود می‌آید که همگی باهم برابر هستند. یک دور کامل ۳۶۰ درجه است، پس زاویه‌های به وجود آمده به مرکز O همگی $۳۶۰^\circ \div ۶ = ۶۰^\circ$ هستند، پس اگر شش ضلعی منتظم را به‌اندازهٔ ۶۰ درجه حول نقطهٔ O در خلاف جهت عقربه‌های ساعت دوران دهیم، روی خود منطبق می‌شود.

۳۰ گزینه ۳

$z = ۱۸۰^\circ - (۳۰^\circ + ۶۰^\circ) = ۹۰^\circ$



$d_۲ || d_۱$, مورب $d_۴ \Rightarrow b = ۳۰^\circ \Rightarrow d_۱ || d_۲$, مورب $d_۵ \Rightarrow a = ۶۰^\circ$

$(۲x - ۲۰^\circ) + ۳۰^\circ = ۱۸۰^\circ$

$\Rightarrow ۲x = ۱۷۰^\circ \Rightarrow x = ۸۵^\circ$

$d_۱ || d_۳$, مورب $d_۵ \Rightarrow w = a$

$(x + y) + a = ۱۸۰^\circ \xrightarrow[a=۶۰^\circ]{x=۸۵^\circ} y = ۱۸۰^\circ - (۸۵^\circ + ۶۰^\circ)$

$\Rightarrow y = ۳۵^\circ$

$\Rightarrow x - y = ۸۵^\circ - ۳۵^\circ = ۵۰$