



گزینه ۳

۱

عبارت داده شده جمع همه اعداد فرد از ۱ تا ۹۹ است. برای به دست آوردن این حاصل جمع ابتدا حالت های ساده را حل می کنیم و به کمک آن ها یک الگو برای حاصل جمع پیدا می کنیم:

$$\begin{cases} 1 + 3 = 4 = 2 \times 2 \\ 1 + 3 + 5 = 9 = 3 \times 3 \\ 1 + 3 + 5 + 7 = 16 = 4 \times 4 \\ 1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25 = 5 \times 5 \end{cases}$$

نتیجه ای که از عبارت های فوق به دست می آید این است که:

مانند بالا با شروع از یک وقتی دو عدد فرد را با هم جمع می کنیم حاصل برابر 2×2 است.

مانند بالا با شروع از یک وقتی سه عدد فرد را با هم جمع می کنیم حاصل برابر 3×3 است.

مانند بالا با شروع از یک وقتی چهار عدد فرد را با هم جمع می کنیم حاصل برابر 4×4 است و همین طور الی آخر.

اما در عبارت $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 99$ ، ۵۰ عدد فرد با هم جمع شده اند چرا که بین صفر تا صدویک در کل ۱۰۰ عدد داریم که نصف آن ها فرد و نصف آن ها زوج هستند، پس طبق الگوی بالا:

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + \dots + 99 = 50 \times 50 = 2500$$

گزینه ۲

۲

راهبرد الگویی:

$$\underbrace{6}_{1 \times 2 \times 3}, \underbrace{24}_{2 \times 3 \times 4}, \underbrace{60}_{3 \times 4 \times 5}, \underbrace{120}_{4 \times 5 \times 6} \quad 5 \times 6 \times 7 = 210$$

گزینه ۲

۳

تعداد مربع های کوچک شکل های ۱ تا ۴ در جدول زیر نشان داده شده است. باتوجه به جدول می توان نتیجه گرفت که تعداد مربع های کوچک هر شکل دارای رابطه زیر با شماره شکل است:

شماره شکل	تعداد مربع ها
۱	$1 = 1 \times 1$
۲	$4 = 2 \times 2$
۳	$9 = 3 \times 3$
۴	$16 = 4 \times 4$

$$\Rightarrow \text{تعداد مربع های کوچک هر شکل} = (\text{شماره شکل}) \times (\text{شماره شکل})$$

به علاوه باتوجه به شکل های شماره ۱ تا ۴ می توان نتیجه گرفت که در هر شکل به اندازه شماره شکل، مربع رنگ شده داریم، پس:

$$\begin{aligned} (\text{شماره شکل}) - (\text{شماره شکل}) \times (\text{شماره شکل}) &= \text{تعداد مربع های رنگ شده} - \text{تعداد کل مربع ها} = \text{تعداد مربع های رنگ نشده هر شکل} \\ \Rightarrow 16 - 16 \times 16 &= 256 - 16 = 240 \end{aligned}$$

میزان کشت هر محصول را به هکتار به دست می‌آوریم:

$$\frac{3}{5} \times 20 = 12 \text{ هکتار، گندم، هکتار}$$

$$\frac{3}{8} \times 20 = 7.5 \text{ هکتار، جو، هکتار}$$

$$20 - 12 - 7.5 = 0.5 \text{ هکتار، ذرت، هکتار}$$

۰/۵ هکتار ذرت کاشته شده است.

$$12 \times 3 = 36 \text{ تن گندم برداشت شده است}$$

$$7.5 \times 4 = 30 \text{ تن جو برداشت شده است}$$

$$0.5 \times 5 = 2.5 \text{ تن ذرت برداشت شده است}$$

$$\text{تن } 68.5 = 36 + 30 + 2.5 = \text{جرم همه محصولات}$$

با ساده کردن هر پراگم داریم:

$$\left(1 - \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{1 \times 2}, \quad \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{3 \times 4}$$

$$\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{6}\right) = \frac{1}{5 \times 6}, \quad \dots, \quad \left(\frac{1}{99} - \frac{1}{100}\right) = \frac{1}{99 \times 100}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{1 \times 2} \times \frac{1}{3 \times 4} \times \frac{1}{5 \times 6} \times \dots \times \frac{1}{99 \times 100} = \frac{1}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \dots \times 100}$$

۱۰ حالت $\Rightarrow 7506, 7056, 5076, 5706, 7650, 7560, 6750, 6570, 5670, 5760$: عددهای مورد نظر

پولی که این شخص هر روز ذخیره می‌کند برابر است با:

$$\text{هزار تومان } 7 = 12 - 5 = \text{هزینه زندگی} - \text{درآمد} = \text{ذخیره}$$

پس در انتهای روز اول ۷ هزار تومان در گاوصندوق خانه‌اش دارد. صبح روز دوم او نصف پول گاوصندوق معادل ۳۵۰۰ تومان را به بانک واریز می‌کند و در شب دوم دوباره ۷ هزار تومان به گاوصندوق واریز می‌کند؛ پس در شب دوم ۱۰۵۰۰ تومان در گاوصندوق دارد. او صبح روز سوم نیمی از این پول معادل $5250 = \frac{10500}{2}$ تومان را به بانک واریز می‌کند.

بهره بانکی در انتهای سال اول:

$$\frac{1}{5} \times 1000000 = 200000 \text{ تومان}$$

دقت کنید که در ابتدای سال دوم، سپرده شخص برابر ۱۲۰۰۰۰۰ تومان می‌شود.
بهره بانکی در انتهای سال دوم:

$$\frac{1}{5} \times 1200000 = 240000 \text{ تومان}$$

در نتیجه مبلغ سپرده در ابتدای سال سوم:

$$1200000 + 240000 = 1440000 \text{ تومان}$$

بهره بانکی در انتهای سال سوم:

$$\frac{1}{5} \times 1440000 = 288000 \text{ تومان}$$

در نتیجه، کل بهره بانکی پرداخت شده در مجموع سه سال برابر است با:

$$200000 + 240000 + 288000 = 728000 \text{ تومان}$$

$$1 \times 24 = 24, \quad 2 \times 12 = 24$$

$$3 \times 8 = 24, \quad 4 \times 6 = 24$$

بنابراین ۴ جفت عدد طبیعی وجود دارد که حاصل ضرب آن‌ها برابر با ۲۴ است.

باتوجه به متن سؤال سن علی بین سن صابر و سعید است؛ یعنی علی یا ۳۶ یا ۳۷ سال دارد؛ پس گزینه "۲" صحیح است.

اگر عدد مورد نظر را با \bigcirc نشان دهیم، تساوی زیر را می‌توان برای آن نوشت:

$$5 \times \bigcirc \div 3 - 3 = 22$$

اعدادی را به جای \bigcirc انتخاب می‌کنیم که بر ۳ بخش‌پذیر باشند:

\bigcirc	$5 \times \bigcirc$	$5 \times \bigcirc \div 3$	$5 \times \bigcirc \div 3 - 3$
۹	۴۵	۱۵	۱۲
۱۲	۶۰	۲۰	۱۷
۱۵	۷۵	۲۵	قابل قبول ۲۲

$$\left. \begin{array}{l} ۰۰, ۰۱, ۰۲, \dots, ۰۵ \Rightarrow ۶ \\ ۱۰, ۱۱, ۱۲, \dots, ۱۵ \Rightarrow ۶ \\ \vdots \\ ۵۰, ۵۱, \dots, ۵۵ \Rightarrow ۶ \end{array} \right\} \Rightarrow ۶ \times ۶ = ۳۶$$

ابتدا عرض مستطیل و سپس مساحت آن را به دست می‌آوریم. اگر به جای عرض مستطیل که مقدار آن را نداریم از \square استفاده کنیم، داریم:

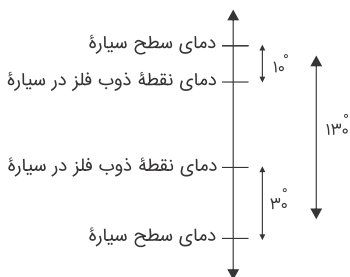
$$\text{محیط مستطیل} = ۲(\text{طول} + \text{عرض}) \Rightarrow ۲ \times (۱۲ + \square) = ۴۴$$

حال با حدس و آزمایش \square را پیدا می‌کنیم. برای شروع عدد ۲ را به جای \square قرار می‌دهیم:

عرض = \square	محیط = $۲ \times (۱۲ + \square)$
۲	$۲ \times (۱۲ + ۲) = ۲ \times ۱۴ = ۲۸$
۶	$۲ \times (۱۲ + ۶) = ۲ \times ۱۸ = ۳۶$
۱۰	$۲ \times (۱۲ + ۱۰) = ۲ \times ۲۲ = ۴۴$

پس عرض برابر ۱۰ واحد است، بنابراین مساحت مستطیل برابر $۱۲ \times ۱۰ = ۱۲۰$ واحد مربع است.

می‌توان مسئله را با شکل زیر حل کرد:



باتوجه به شکل اختلاف دمای ۲ نقطه ذوب برابر است با:

$$\text{اختلاف دمای نقاط مطلوب} = ۱۳^\circ - ۳^\circ - ۱^\circ = ۹^\circ \text{C}$$

$$\frac{۲۰}{۱۰۰} \times ۶۰ = ۱۲$$

$$\text{واحد جدید} = ۸۰ + ۱۲ = ۹۲$$

$$\text{واحد عرض جدید} = ۶۰ - ۱۲ = ۴۸$$

$$\text{واحد مربع جدید} = ۹۲ \times ۴۸ = ۴۴۱۶$$

$$\text{واحد مربع قدیم} = ۶۰ \times ۸۰ = ۴۸۰۰$$

مساحت ۳۸۴ واحد مربع کم شده است؛ یعنی $۸ = \frac{۳۸۴}{۴۸۰۰} \times ۱۰۰$ پس مساحت ۸٪ نسبت به حالت اولیه کم شده است.

حالت‌های ممکن برای طول و عرض مستطیل عبارت‌اند از:

$$۴۰ = ۴۰ \times ۱ = ۲۰ \times ۲ = ۱۰ \times ۴ = ۸ \times ۵$$

$$۲(۴۰ + ۱) = ۸۲ \text{ : بیشترین محیط ممکن}$$

$$۲(۸ + ۵) = ۲۶ \text{ : کمترین محیط ممکن}$$

$$\frac{\text{بیشترین محیط}}{\text{کمترین محیط}} = \frac{(۴۰ + ۱) \times ۲}{(۸ + ۵) \times ۲} = \frac{۴۱}{۱۳}$$

$$\square \times \square - ۴ = ۷۷ \Rightarrow \square = ۹ \text{ حدس و آزمایش}$$

$$(۱) = ۵ \text{ تعداد دایره‌های شکل}$$

$$(۲) = ۹ \text{ تعداد دایره‌های شکل}$$

$$(۳) = ۱۳ \text{ تعداد دایره‌های شکل}$$

بنابراین در هر مرحله ۴ عدد به دایره‌ها اضافه می‌شود، پس شکل چهارم ۱۷ دایره دارد.

باتوجه به اعدادی که در جدول داده شده است، الگویی که اعداد جدول از آن پیروی می‌کنند این است که هر عدد بالایی حاصل جمع دو عدد زیر خود است یعنی:

$$\frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۲} = \frac{۲}{۶} + \frac{۳}{۶} = \frac{۵}{۶} \quad , \quad \frac{۰}{۴} + \frac{۰}{۵} = \frac{۰}{۹}$$

پس باتوجه به همین الگو، خانه خالی ردیف دوم برابر است با:

$$\frac{۱}{۲} + \frac{۰}{۴} = \frac{۰}{۵} + \frac{۰}{۴} = \frac{۰}{۹}$$

پس جدول از طبقه دوم به بالا به صورت زیر می‌شود:

$$\begin{cases} \frac{۵}{۶} + \frac{۰}{۹} = \frac{۵}{۶} + \frac{۹}{۱۰} = \frac{۲۵ + ۲۷}{۳۰} = \frac{۵۲}{۳۰} \\ \frac{۰}{۹} + \frac{۰}{۹} = \frac{۱}{۸} = \frac{۱۸}{۱۰} \end{cases}$$

پس در نهایت خانه بالایی برابر است با:

$$\frac{۵۲}{۳۰} + \frac{۱۸}{۱۰} = \frac{۵۲ + ۵۴}{۳۰} = \frac{۱۰۶}{۳۰} = \frac{۵۳}{۱۵}$$

باتوجه به اینکه در حل این مسئله باید تمام حالت‌هایی که ضرب دو عدد برابر ۷۰ می‌شود را بنویسیم، پس بهترین راهبرد استفاده از الگوسازی است.