

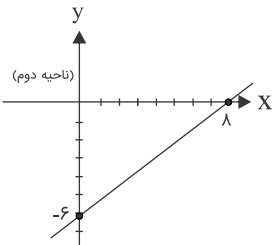
گزینه ۲

۱

با پیدا کردن دو نقطه از خط، خط را رسم می‌کنیم.

$$x = 0 \Rightarrow y = -6 \Rightarrow \begin{bmatrix} 0 \\ -6 \end{bmatrix}$$

$$y = 0 \Rightarrow x = 8 \Rightarrow \begin{bmatrix} 8 \\ 0 \end{bmatrix}$$

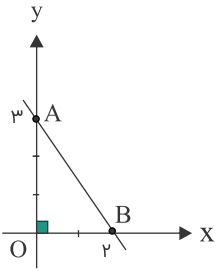


پس خط از ناحیه دوم نمی‌گذرد.

گزینه ۱

۲

$$\begin{aligned} (x-3)(x+2) &= x^2 - 3x + 2x - 6 = x^2 - x - 6 \\ \Rightarrow (x-3)(x+2)(x^2 - x + 5) &= (x^2 - x - 6)(x^2 - x + 5) \\ &= x^4 - x^3 + 5x^2 - x^3 + x^2 - 5x - 6x^2 + 6x - 30 \\ &= x^4 - 2x^3 + x - 30 \end{aligned}$$



محل برخورد خط با محور x ها : $y = 0 \Rightarrow 3x = 6 \Rightarrow x = 2$

محل برخورد خط با محور y ها : $x = 0 \Rightarrow 2y = 6 \Rightarrow y = 3$

$$\Delta \text{ مساحت } OAB = \frac{3 \times 2}{2} = 3$$

عبارت گویا به ازای مقادیری که مخرج کسر را صفر کنند، تعریف نشده است؛ بنابراین:

$$x^2 - 3x - 10 = 0 \Rightarrow (x - 5)(x + 2) = 0$$

اگر حاصل ضرب چند عبارت برابر با صفر شود، حداقل یکی از آن‌ها صفر است؛ بنابراین:

$$\begin{cases} x - 5 = 0 \Rightarrow x = 5 \\ x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \end{cases}$$

$$\frac{5 + 3m}{5 + m} = \frac{3m + 1}{m - 1} \Rightarrow (5 + 3m)(m - 1) = (5 + m)(3m + 1)$$

$$\Rightarrow 5m - 5 + 3m^2 - 3m = 15m + 5 + 3m^2 + m$$

$$\Rightarrow 3m^2 + 2m - 5 = 3m^2 + 16m + 5$$

$$\Rightarrow 2m - 16m = 5 + 5 \Rightarrow -14m = 10$$

$$\Rightarrow m = -\frac{10}{14} = -\frac{5}{7}$$

هر عبارت گویا کسری است که صورت و مخرج آن چندجمله‌ای باشد؛ بنابراین گزینه‌های "۱" و "۲" عبارت گویا هستند و گزینه "۴" نیز عبارت گویایی است که مخرج آن برابر با یک است. گزینه "۳" عبارت گویا نیست، زیرا متغیر x در مخرج کسر زیر رادیکال قرار دارد.

باتوجه به $A = x + \frac{1}{x}$ و $B = x - x^{-1} = x - \frac{1}{x}$ داریم:

$$B^r - A^r = \left(x - \frac{1}{x}\right)^r - \left(x + \frac{1}{x}\right)^r = x^r - r + \frac{1}{x^r} - x^r - r - \frac{1}{x^r} = -2r$$

$$B^r + A^r = \left(x - \frac{1}{x}\right)^r + \left(x + \frac{1}{x}\right)^r = x^r - r + \frac{1}{x^r} + x^r + r + \frac{1}{x^r}$$

$$= 2x^r + \frac{2}{x^r} = \frac{2x^{2r} + 2}{x^r}$$

$$\frac{B^r - A^r}{B^r + A^r} = \frac{-2r}{\frac{2x^{2r} + 2}{x^r}} = \frac{-2rx^r}{2x^{2r} + 2} = \frac{-rx^r}{x^{2r} + 1}$$

$$\frac{2x^3 + 15x^2 + 2\lambda x}{-(2x^3 + \lambda x^2)} \left| \frac{x^2 + 4x}{2x + 7} \right. \quad \frac{2x^2 + x - 6}{-(2x^2 - 3x)} \left| \frac{2x - 3}{x + 2} \right.$$

$$\frac{2x^3 + 15x^2 + 2\lambda x}{-(2x^3 + \lambda x^2)} \quad \frac{2x^2 + x - 6}{-(2x^2 - 3x)}$$

$$\frac{2x^3 + 15x^2 + 2\lambda x}{-(2x^3 + \lambda x^2)} \quad \frac{2x^2 + x - 6}{-(2x^2 - 3x)}$$

$$\Rightarrow \frac{(2x^3 + 15x^2 + 2\lambda x) \div (x^2 + 4x)}{(2x^3 + x - 6) \div (2x - 3)} = \frac{2x + 7}{x + 2}$$

$$\frac{xy - y^r}{y^r} = \frac{y(x - y)}{y^r} = \frac{x - y}{y}$$

$$\frac{x^r - y^r}{xy - y^r} = \frac{(x - y)(x + y)}{y(x - y)} = \frac{x + y}{y}$$

$$\Rightarrow A = \frac{x - y}{y} - \frac{x + y}{y} = \frac{x - y - x - y}{y} = \frac{-2y}{y} = -2$$

$$A = \frac{a^3 - a^r - 6a}{a^r + 3a} \times \frac{a + 3}{a^r - 6} = \frac{a(a^r - a - 6)}{a(a + 3)} \times \frac{a + 3}{(a - 2)(a + 2)}$$

$$= \frac{(a - 3)(a + 2)}{a + 3} \times \frac{a + 3}{(a - 2)(a + 2)} = \frac{a - 3}{a - 2}$$

$$\frac{\omega + 3m}{\omega + m} = \frac{3m + 1}{m - 1} \Rightarrow (\omega + 3m)(m - 1) = (\omega + m)(3m + 1)$$

$$\Rightarrow \omega m - \omega + 3m^2 - 3m = 1\omega m + \omega + 3m^2 + m$$

$$\Rightarrow 3m^2 + 2m - \omega = 3m^2 + 16m + \omega$$

$$\Rightarrow 2m - 16m = \omega + \omega \Rightarrow -14m = 10 \Rightarrow m = -\frac{10}{14} = -\frac{5}{7}$$

معادله هر خط راست در دستگاه مختصات x و y به صورت $y = ax + b$ است که a شیب خط است، پس:

$$y = -x + b \xrightarrow{\begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}} -2 = -3 + b \Rightarrow b = 1$$

$$\Rightarrow y = -x + 1 \xrightarrow[\text{محل برخورد با محور } x \text{ ها}]{y=0} 0 = -x + 1 \Rightarrow x = 1$$

راه حل اول:

$$\begin{array}{r} 4x^3 - 2x^2 + 5x + 1 \quad | \quad x - 3 \\ \underline{-4x^3 + 12x^2} \quad \quad 4x^2 + 10x + 35 \\ 10x^2 + 5x + 1 \\ \underline{-10x^2 + 30x} \quad \quad 35x + 1 \\ 35x + 1 \\ \underline{-35x + 105} \\ 106 \end{array}$$

راه حل دوم:

$$4x^3 - 2x^2 + 5x + 1 = (\text{باقی مانده}) \times (x - 3) + \text{باقی مانده}$$

اگر $x = 3$ باشد، باقی مانده برابر است با:

$$4 \times 3^3 - 2 \times 3^2 + 5 \times 3 + 1 = 106$$

برای یافتن این عددها مخرج کسر را مساوی صفر قرار می‌دهیم؛ یعنی:

$$(6x - 2)(x - 5) = 0$$

وقتی حاصل ضرب چند عبارت برابر با صفر شود، حداقل یکی از آن‌ها صفر است؛ لذا:

$$\begin{cases} 6x - 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{3} \\ \text{یا} \\ x - 5 = 0 \Rightarrow x = 5 \end{cases}$$

بنابراین عبارت گویای فوق به ازای $x = \frac{1}{3}$ و $x = 5$ تعریف نشده است.

عبارت $(2a^2 + 1) - (2x^2 + 3x^2)$ را بر $(x^2 - a)$ تقسیم می‌کنیم:

$$\begin{array}{r} 2x^2 + 3x^2 - (2a^2 + 1) \quad | \quad x^2 - a \\ \underline{\hspace{10em}} \\ 2x^2 + (2a + 3) \\ \underline{\hspace{10em}} \\ 3a - 1 \end{array}$$

$2x^2 + \frac{11}{3} = \text{خارج قسمت} \Rightarrow a = \frac{1}{3} \Rightarrow 3a - 1 = 0 \Rightarrow$ عبارت A بر عبارت B بخش پذیر است