

گزینه ۱

۱

اگر  $x$  عددی فرد باشد، آنگاه حاصل  $53x + 7$  عددی زوج می‌شود که نمی‌تواند اول باشد. تنها عدد اول زوج که می‌توان به جای  $x$  قرار داد، عدد ۲ است؛ بنابراین حاصل  $53x + 7$  برابر با ۱۱۳ خواهد شد که عددی اول است.

گزینه ۱

۲

تنها عدد اولی که بر ۱۷ بخش‌پذیر است، خود عدد ۱۷ است.

گزینه ۴

۳

اعداد اول فرد کوچک‌تر از ۴۰ عبارت است از:

۱۱ عدد  $\Rightarrow 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37$

گزینه ۱

۴

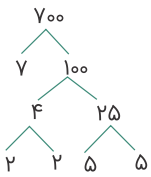
از آنجایی که دو رقم آخر عدد ۲۴ است، پس این عدد قطعاً بر ۲ و ۴ بخش‌پذیر است و چون مجموع ارقام این عدد ۱۵ است، پس این عدد قطعاً بر ۳ نیز بخش‌پذیر است. حال باید عددهایی را با هم ضرب کنیم که ب.م.م آن‌ها برابر با ۱ باشد. یعنی: ۲ و ۳ و ۴ و ۶ و ۱۲

گزینه ۳

۵

$$700 = 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 7$$

چون دو عدد هیچ‌یک بر ۱۰ بخش‌پذیر نیستند، بنابراین برای این دو عدد دو حالت زیر وجود دارد:



حالت (۱):  $2 \times 2 \times 7 = 28$  و  $5 \times 5 = 25$   $\xrightarrow{\text{حاصل جمع}} 28 + 25 = 53$

حالت (۲):  $2 \times 2 = 4$  و  $5 \times 5 \times 7 = 175$   $\xrightarrow{\text{حاصل جمع}} 175 + 4 = 179$

گزینه ۳

۶

عدد ۱۶ شمارنده اول ۲ را دارد.  
 عدد ۲۵ شمارنده اول ۵ را دارد.  
 عدد ۱۲۱ شمارنده اول ۱۱ را دارد.  
 عدد ۶۳ شمارنده‌های اول ۳ و ۷ را دارد.  
 بنابراین حاصل ضرب این اعداد ۵ شمارنده اول دارد.

گزینه ۴

۷

مجموع ارقام ۱۵ است و ۱۵ بر ۳ بخش‌پذیر است، پس عدد چهاررقمی بر عدد ۳ بخش‌پذیر است و نمی‌تواند اول باشد.

گزینه ۱

۸

۲, ۳, ۷ : شمارنده‌های اول ۸۴

۲, ۳ : شمارنده‌های اول ۲۴

۲, ۷ : شمارنده‌های اول ۵۶

۲ : شمارنده‌های اول ۱۲۸

گزینه ۲

۹

اعداد اول، اعدادی طبیعی هستند؛ پس هیچ عدد اولی، منفی نیست.  
 اعداد اول بین ۱۷ و -۱۷ عبارت‌اند از:

{۲, ۳, ۵, ۷, ۱۱, ۱۳}

گزینه ۲

۱۰

۱, ۵ : شمارنده‌های عدد ۵  $\Rightarrow ۲ + ۳ = ۵ \xrightarrow{\text{مجموع ارقام}} ۲۳ =$  کوچک‌ترین عدد اول بزرگ‌تر از ۲۰

گزینه ۴

۱۱

{۱, ۵, ۱۱, ۵۵} = مجموعه مقسوم‌علیه‌های طبیعی عدد ۵۵

عدد ۵۵ دارای دو مقسوم‌علیه اول است، یکی ۵ و دیگری ۱۱. مجموع آن‌ها برابر با  $۱۶ = ۵ + ۱۱$  است.

گزینه ۳

۱۲

مورد "الف" نادرست است. عدد ۲ عددی اول و زوج است. تمام اعداد اول بزرگ‌تر از ۲ فرد هستند.  
 مورد "ب" درست است. هر عدد زوج بزرگ‌تر از ۲، عددی غیراول است که حداقل عدد ۱ و خودش و عدد ۲ شمارنده‌های آن هستند.  
 مورد "ج" نادرست است. اعداد اول بین ۸ و ۲۱ عبارت‌اند از ۱۱، ۱۳، ۱۷، ۱۹ که چهار عدد هستند.  
 مورد "د" درست است. عدد یک شمارنده همه اعداد طبیعی است. عدد ۲ نیز شمارنده هر عدد زوج است؛ بنابراین دو عدد ۱ و ۲ شمارنده مشترک تمام اعداد زوج طبیعی هستند.

گزینه ۲

۱۳

با بررسی هر یک از جمله‌ها خواهیم داشت:  
 الف) نادرست؛ کوچک‌ترین عددی که فقط سه شمارنده دارد، عدد ۴ است.  
 ب) نادرست؛ هر عدد طبیعی به‌غیر از یک این خاصیت را دارد.  
 پ) درست  
 ت) درست

گزینه ۲

۱۴

{۴۳, ۴۷, ۵۳, ۵۹, ۶۱, ۶۷} : اعداد اول بین ۴۱ و ۶۹

گزینه ۴

۱۵

عدد حاصل باید بر ۲ و ۵ بخش‌پذیر باشد، پس رقم یکان آن صفر است.

$$۲ \times ۳ \times ۵ \times ۷ = ۳ \times ۷ \times ۱۰ = ۲۱۰$$

گزینه ۲

۱۶

سه شمارنده اول متمایز  $۷, ۵, ۲ \Rightarrow ۷ \times ۵ \times ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۱۰ = ۵۶۰$

گزینه ۴

۱۷

$$۸۱ \times ۲۰ \times ۷ = ۳ \times ۳ \times ۳ \times ۳ \times ۲ \times ۲ \times ۵ \times ۷$$

شمارنده‌های اول آن برابر است با:

۲, ۳, ۵, ۷

گزینه ۴

۱۸

$۱ + ۲ + ۳ + ۵ + ۶ + ۱۰ + ۱۵ + ۳۰ = ۷۲$  : مجموع تمام شمارنده‌ها  $\Rightarrow ۱, ۲, ۳, ۵, ۶, ۱۰, ۱۵, ۳۰$  : شمارنده‌های عدد ۳۰

گزینه ۱

۱۹

شش عدد اول بین ۷۰ تا ۱۰۰ وجود دارد:

{۷۱, ۷۳, ۷۹, ۸۳, ۸۹, ۹۷}

گزینه ۳

۲۰

هر عدد بزرگ‌تر از یک حداقل دو شمارنده دارد (که همان یک و خود آن عدد است).

عدد ۹۷ بزرگترین عدد اول دورقمی است که مجموع ارقام آن برابر است با:

$$۹ + ۷ = ۱۶$$

عدد ۱۶ مضرب عدد ۸ است.

شمارنده‌های اول هر گزینه را می‌نویسیم:

گزینه "۱": ۱۲ دو شمارنده اول ۲ و ۳ دارد.

گزینه "۲": ۲۱۰ چهار شمارنده اول ۲، ۳، ۵ و ۷ دارد.

گزینه "۳": ۹۰ سه شمارنده اول ۲، ۳ و ۵ دارد.

گزینه "۴": ۱۹۲ دو شمارنده اول ۲ و ۳ دارد.

بنابراین گزینه "۳" درست است.

کوچکترین عددی که دارنده شمارنده‌های اول ۲، ۳، ۵ و ۷ باشد از ضرب آن‌ها حاصل می‌شود:

$$۲ \times ۳ \times ۵ \times ۷ = ۲۱۰$$

اعداد بعدی که بر ۲، ۳، ۵ و ۷ بخش‌پذیر باشد از مضارب ۲۱۰ است؛ بنابراین:

$$۲۱۰, ۴۲۰, ۶۳۰, \dots$$

این عدد باید کوچکتر از ۵۰۰ باشد، پس ۴۲۰ مورد قبول است.

اعداد ۵۲ و ۳۴ را به صورت حاصل ضرب اعداد اول می‌نویسیم:

$$۳۴ = ۲ \times ۱۷, \quad ۵۲ = ۲ \times ۲ \times ۱۳$$

شمارنده‌های اول عدد ۳۴، اعداد ۲ و ۱۷ و شمارنده‌های اول عدد ۵۲، اعداد ۲ و ۱۳ هستند؛ بنابراین عدد ۳۴ دو شمارنده اول و عدد ۵۲ سه شمارنده اول دارد و اختلاف آن‌ها برابر یک است.

هر دو عدد طبیعی و اول که ۲ واحد اختلاف داشته باشند را یک جفت عدد اول دوقلو می‌نامند که طبق این تعریف اعداد دورقمی اول دوقلو عبارتند از:

$$(۱۱, ۱۳)(۱۷, ۱۹)(۲۹, ۳۱)(۴۱, ۴۳)(۵۹, ۶۱)(۷۱, ۷۳)$$