



گزینه ۲

۱

$$\text{اندازه هر زاویه داخلی ضلعی منتظم} = \frac{(n-2) \times 180^\circ}{n}$$

$$\xrightarrow{n=5} \text{اندازه هر زاویه داخلی ضلعی منتظم} = \frac{3 \times 180^\circ}{5} = 108^\circ$$

$$\Rightarrow \text{زاویه خارجی} = 180^\circ - 108^\circ = 72^\circ \Rightarrow 108^\circ - 72^\circ = 36^\circ$$

گزینه ۱

۲

$$(n-2) \times 180^\circ = 1800^\circ \Rightarrow n-2 = 10 \Rightarrow n = 12$$

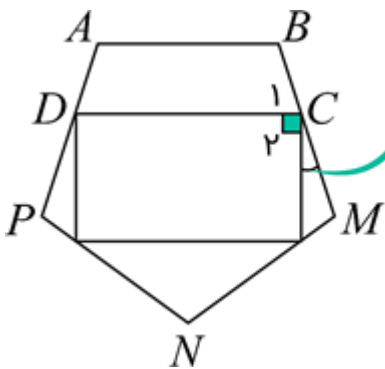
$$\text{هر زاویه خارجی ضلعی منتظم} = \frac{1800^\circ}{12} = 150^\circ \Rightarrow \text{هر زاویه داخلی ضلعی منتظم} = 30^\circ$$

$$\text{مجموع زوایای خارجی ضلعی منتظم} = 12 \times 30^\circ = 360^\circ$$

نکته: در هر چندضلعی منتظم همواره مجموع زوایای خارجی برابر با 360° است.

گزینه ۴

۳



$$AB \parallel CD$$

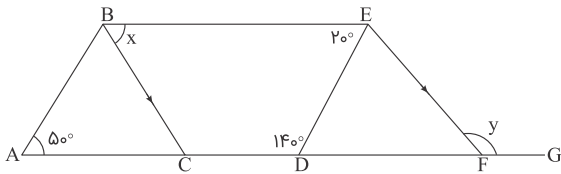
$$\text{مورب } BM \Rightarrow \hat{B} = \hat{C}_r + \hat{x}$$

$$\hat{B} = \frac{(5-2) \times 180}{5} = 108$$

$$\Rightarrow \hat{C}_r + \hat{x} = 108$$

$$\Rightarrow 90 + \hat{x} = 108 \Rightarrow \hat{x} = 18$$

باتوجه به شکل:



$$\begin{cases} BC \parallel EF \\ \text{مورب } AG \end{cases} \Rightarrow \widehat{BCD} = y$$

مجموع زاویه‌های چهار ضلعی BCDE برابر با 360° است؛ پس:

$$x + \widehat{BCD} + 140^\circ + 20^\circ = 360^\circ$$

$$x + y + 160^\circ = 360^\circ \Rightarrow x + y = 360^\circ - 160^\circ = 200^\circ$$

در مثلث اندازه هر زاویه خارجی برابر است با مجموع دو زاویه داخلی غیرمجاور آن زاویه؛ بنابراین:

$$3x + 10^\circ = x + x + 40^\circ \Rightarrow 3x + 10^\circ = 2x + 40^\circ \Rightarrow x = 30^\circ$$

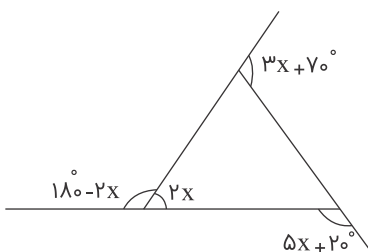
$$\Rightarrow \widehat{ABD} = 3 \times 30^\circ + 10^\circ = 100^\circ \Rightarrow \widehat{B}_1 = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$$

مجموع زوایای خارجی یک n ضلعی برابر با 360° درجه است؛ از طرفی می‌دانیم مجموع زوایای داخلی یک چهارضلعی برابر با 360° درجه است، پس گزینه "۳" صحیح است.می‌دانیم مجموع زوایای خارجی یک مثلث برابر با 360° است.

حال باتوجه به شکل، زاویه‌های خارجی مثلث را با یکدیگر جمع می‌کنیم:

$$3x + 70^\circ + 5x + 20^\circ + 180^\circ - 2x = 360^\circ$$

$$\Rightarrow 6x + 270^\circ = 360^\circ \Rightarrow 6x = 90^\circ \Rightarrow x = 15^\circ$$



$$\triangle ABD : \hat{A}_1 + 40^\circ + 110^\circ = 180^\circ \Rightarrow \hat{A}_1 = 30^\circ$$

$$\hat{D}_1 + 110^\circ = 180^\circ \Rightarrow \hat{D}_1 = 70^\circ$$

$$\triangle ADC : 60^\circ + 70^\circ + \hat{A}_2 = 180^\circ \Rightarrow \hat{A}_2 = 50^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{A}_2 - \hat{A}_1 = 50^\circ - 30^\circ = 20^\circ$$

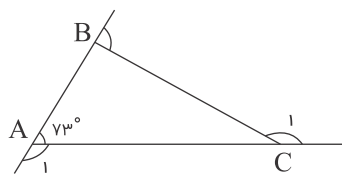
زاویه خارجی برابر است با مجموع زوایای داخلی غیرمجاور:

$$\hat{x} = \hat{y} + \hat{z}$$

می‌دانیم مجموع زوایای خارجی هر مثلث 360° درجه است؛ یعنی:

$$\hat{A}_1 + \hat{B}_1 + \hat{C}_1 = 360^\circ$$

از طرفی $\hat{A}_1 = 180^\circ - 73^\circ = 107^\circ$ بنابراین:



$$107^\circ + \hat{B}_1 + \hat{C}_1 = 360^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{B}_1 + \hat{C}_1 = 360^\circ - 107^\circ = 253^\circ$$

می‌دانیم مجموع زاویه‌های داخلی و خارجی یک n ضلعی منتظم به ترتیب برابر با $(n-2) \times 180^\circ$ و 360° است؛ بنابراین:

$$(n-2) \times 180^\circ = 9 \times 360^\circ \Rightarrow n-2 = 18 \Rightarrow n = 20$$

$$\text{هر زاویه خارجی } n \text{ ضلعی منتظم} = \frac{360^\circ}{n} = \frac{360^\circ}{20} = 18^\circ$$

اندازه هر زاویه یک مربع برابر 90° است.

$$\frac{(4-2) \times 180}{4} = 90^\circ$$

اندازه هر زاویه یک ۵ ضلعی منتظم برابر 108° است.

$$\frac{(5-2) \times 180}{5} = 108^\circ$$

حال می‌توان باتوجه به اندازه زاویه‌های این دو شکل، اندازه هر زاویه شکل نامعلوم را به دست آورد:

$$360 - (90 + 108) = 360 - 198 = 162^\circ$$

باتوجه به اندازه زاویه‌های یک n ضلعی منتظم خواهیم داشت:

$$\frac{(n-2) \times 180}{n} = 162 \Rightarrow 180n - 360 = 162n \Rightarrow 18n = 360$$

$$\Rightarrow n = 20$$

چهار ضلعی ABCD لوزی است، پس دو زاویه مجاور مکمل یکدیگرند:

$$\hat{C}_1 + 40^\circ = 180^\circ \Rightarrow \hat{C}_1 = 140^\circ$$

$$\hat{C}_1 + \hat{C}_2 + 90^\circ = 360^\circ \Rightarrow \hat{C}_2 + 140^\circ + 90^\circ = 360^\circ \Rightarrow \hat{C}_2 = 130^\circ$$

$$\hat{C}_2 + \hat{B}_1 + \hat{E}_1 = 180^\circ \xrightarrow[\text{BC=DC=CE}]{\hat{B}_1=\hat{E}_1} 130^\circ + 2\hat{B}_1 = 180^\circ \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{E}_1 = 25^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{\hat{C}_2}{\hat{B}_1} = \frac{130^\circ}{25^\circ} = \frac{26}{5}$$

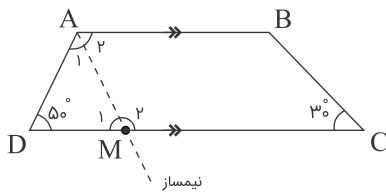
$$\text{اندازه زاویه خارجی یک } n \text{ ضلعی منتظم} = \frac{360^\circ}{n}$$

$$\Rightarrow \text{اندازه زاویه خارجی } 10 \text{ ضلعی منتظم} = \frac{360^\circ}{10} = 36^\circ$$

اندازه هر زاویه داخلی n ضلعی منتظم از فرمول $\frac{180^\circ(n-2)}{n}$ به دست می‌آید:

$$\text{اندازه هر زاویه داخلی } 10\text{-ضلعی منتظم} = \frac{180^\circ \times 8}{10} = 144^\circ$$

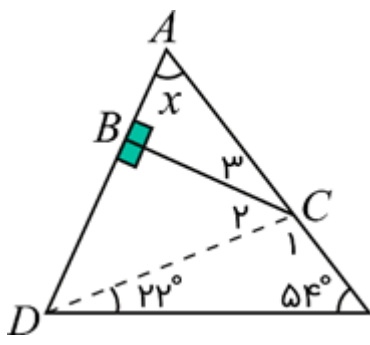
$$\text{اندازه هر زاویه داخلی } 20\text{-ضلعی منتظم} = \frac{180^\circ \times 18}{20} = 162^\circ \Rightarrow 162^\circ - 144^\circ = 18^\circ$$



$$\hat{A} + 50^\circ = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} = 130^\circ$$

$$\Delta ADM : \hat{M}_1 = 180^\circ - 50^\circ - \frac{130^\circ}{2} = 65^\circ$$

اگر شکل دوم را از روی خط چین باز کنیم شکل زیر به دست می‌آید که از روی آن می‌توان زاویه x را به دست آورد.



$$\hat{C}_1 = 180^\circ - (54^\circ + 22^\circ) = 104^\circ$$

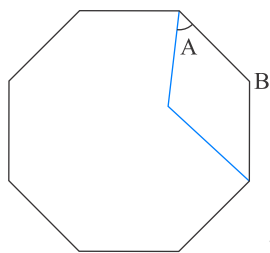
$$\hat{C}_2 + \hat{C}_3 = 180 - 104 = 76^\circ$$

$$\xrightarrow{\hat{C}_2 = \hat{C}_3} \hat{C}_2 = \hat{C}_3 = 38^\circ$$

باتوجه به قائم‌الزاویه بودن مثلث ABC اندازه زاویه x برابر است با:

$$E_x = 90 - 38 = 52^\circ$$

زوایای A و B دو زاویه از لوزی هستند و چون مجاور هم هستند، پس مکمل‌اند و مجموع آن‌ها 180° است. حال اندازه زاویه B را که یکی از زاویه‌های داخلی هشت ضلعی منتظم است، حساب می‌کنیم:



$$\text{اندازه هر زاویه داخلی یک } n\text{-ضلعی منتظم} = \frac{(n-2) \times 180^\circ}{n}$$

$$\Rightarrow \hat{B} = \frac{(8-2) \times 180^\circ}{8} = \frac{6}{8} \times 180^\circ = 135^\circ$$

$$\hat{A} + \hat{B} = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} + 135^\circ = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} = 45^\circ$$

می‌دانیم مجموع زاویه‌های خارجی و داخلی در هر رأس برابر با ۱۸۰° است.

$$\text{زاویه داخلی} = ۱۸۰^\circ - \text{زاویه خارجی} = ۱۸۰^\circ - ۴۰^\circ = ۱۴۰^\circ$$

$$\hat{C}_1 + ۵۰^\circ = ۱۸۰^\circ \text{ نیم صفحه} \Rightarrow \hat{C}_1 = ۱۳۰^\circ$$

در متوازی‌الاضلاع زوایای روبه‌رو باهم برابر و زوایای مجاور، مکمل هستند.

$$\hat{D}_3 + \hat{C}_1 = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \hat{D}_3 = ۵۰^\circ$$

$$\hat{A}_1 = \hat{C}_1 = ۱۳۰^\circ$$

مثلث DEF متساوی‌الاضلاع است؛ بنابراین تمام زوایای آن باهم برابرند.

$$\hat{D}_1 = ۶۰^\circ$$

$$\hat{D}_1 + \hat{D}_2 + \hat{D}_3 = ۱۸۰^\circ \text{ نیم صفحه} \Rightarrow \hat{D}_2 = ۷۰^\circ$$

مثلث AFD متساوی‌الساقین است؛ بنابراین داریم:

$$AF = AD \Rightarrow \hat{F}_2 = \hat{D}_2 = ۷۰^\circ$$

$$\triangle AFD : \hat{A}_2 + \hat{F}_2 + \hat{D}_2 = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \hat{A}_2 = ۴۰^\circ$$

و در نهایت داریم:

$$x + \hat{A}_1 + \hat{A}_2 = ۳۶۰^\circ \Rightarrow x + ۱۳۰^\circ + ۴۰^\circ = ۳۶۰^\circ \Rightarrow x = ۱۹۰^\circ$$