



گزینه ۴

۱

$AB = AF \Rightarrow \hat{B}_2 = 40^\circ$
 $\text{مربع } BFGC \Rightarrow \hat{B} = 90^\circ$

$\Rightarrow \hat{A}\hat{B}F + \hat{F}\hat{B}C + \hat{A}\hat{B}D + \hat{D}\hat{B}C = 360^\circ$
 $\Rightarrow 40^\circ + 90^\circ + 170^\circ + \hat{D}\hat{B}C = 360^\circ \Rightarrow \hat{D}\hat{B}C = 60^\circ$
 $\Delta DHB : \hat{D}_2 = 180^\circ - 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$

$DBCE$ متوازی الاضلاع $\Rightarrow \hat{E}\hat{D}B + \hat{D}\hat{B}C = 180^\circ$
 $\Rightarrow \hat{E}\hat{D}B = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$
 $\Rightarrow \hat{D}_1 + \hat{D}_2 = 120^\circ \Rightarrow \hat{D}_1 = 120^\circ - 60^\circ = 60^\circ$

گزینه ۲

۲

$\hat{A}_1 = 180^\circ - (90^\circ - y) = 180^\circ + y - 90^\circ = 90^\circ + y$

می‌دانیم در هر متوازی الاضلاع، زوایای مجاور مکمل هم هستند؛ پس:

$\hat{A}_1 + \hat{B} = (90^\circ + y) + (2y - 75^\circ) = 180^\circ \Rightarrow 3y + 15^\circ = 180^\circ$
 $\Rightarrow 3y = 165^\circ \Rightarrow y = 55^\circ$

$\Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{C}_1 = 90^\circ + y = 90^\circ + 55^\circ = 145^\circ$
 $\hat{C}_2 = 360^\circ - (90^\circ + 145^\circ + 55^\circ) = 360^\circ - 290^\circ = 70^\circ$
 ΔEDC (متساوی الساقین) $\hat{D} = \hat{C}_2 = 70^\circ$
 $\rightarrow x = 180^\circ - 2 \times (70^\circ) = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$

گزینه ۳

۳

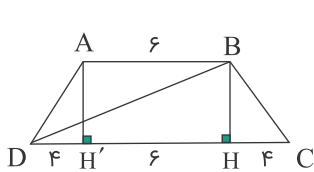
گزینه‌های "۱"، "۲" و "۴" صحیح هستند. مستطیل لوزی نیست؛ زیرا در حالت کلی اضلاع مجاور مستطیل باهم برابر نیستند ولی در لوزی هر چهار ضلع برابرند.

زوایای مجاور هم در متوازی‌الاضلاع مکمل هستند.

$$2x + 14^\circ + x + 16^\circ = 180^\circ \Rightarrow 3x + 30^\circ = 180^\circ \Rightarrow 3x = 150^\circ \Rightarrow x = 50^\circ$$

زوایای مقابل متوازی‌الاضلاع هم‌اندازه هستند.

$$x + 61^\circ = y - 10^\circ \rightarrow y = 10^\circ + 50^\circ + 61^\circ = 121^\circ$$



$$\triangle BHD \text{ قائم‌الزاویه است} \Rightarrow BD^2 = BH^2 + HD^2$$

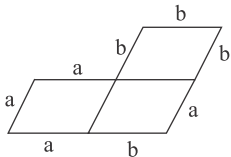
$$\Rightarrow 109 = BH^2 + 100 \Rightarrow BH^2 = 9 \Rightarrow BH = 3$$

$$\triangle BHC \text{ قائم‌الزاویه} \Rightarrow BC^2 = BH^2 + HC^2 \Rightarrow BC^2 = 3^2 + 6^2 = 45 \Rightarrow BC = 3\sqrt{5}$$

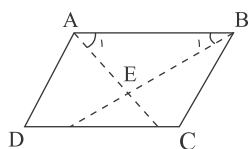
$$\text{محیط ذوزنقه} = 5 + 5 + 6 + 14 = 30$$

می‌دانیم در متوازی‌الاضلاع ضلع‌های روبه‌رو باهم برابرند و در لوزی همه اضلاع باهم برابرند، پس اندازه‌های اضلاع به صورت زیر است:

باتوجه به شکل محیط برابر است با: $4a + 4b$



طبق اصول توازی دو خط و خط مورب، می‌دانیم مجموع زوایای تند و باز در هر متوازی‌الاضلاع 180° درجه است. داریم:



$$\hat{A} + \hat{B} = 180^\circ$$

$$\hat{A}_1 + \hat{B}_1 = (\hat{A} + \hat{B}) \div 2 = 180^\circ \div 2 = 90^\circ$$

$$\triangle EAB : \hat{AEB} + \hat{A}_1 + \hat{B}_1 = 180^\circ \Rightarrow \hat{AEB} + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow \hat{AEB} = 90^\circ$$

x و $2x + 60^\circ$ دو زاویه مجاور هستند؛ بنابراین مکمل یکدیگر هستند؛ پس:

$$x + 2x + 60^\circ = 180^\circ \Rightarrow 3x = 120^\circ \Rightarrow x = 40^\circ$$

از طرفی می‌دانیم دو زاویه روبه‌رو در متوازی‌الاضلاع برابر هستند؛ پس زاویه‌های $4y + 40^\circ$ و $2x + 60^\circ$ برابر هستند:

$$2x + 60^\circ \xrightarrow{x=40^\circ} 2x + 60^\circ = 140^\circ = 4y + 40^\circ \Rightarrow 4y = 100^\circ \Rightarrow y = 25^\circ$$

$$\Rightarrow y \text{ مکمل } : 180^\circ - 25^\circ = 155^\circ$$

چون AM و DM نیمساز هستند، پس $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ و $\hat{D}_1 = \hat{D}_2$

می‌دانیم که در متوازی‌الاضلاع زاویه‌های روبه‌رو باهم برابر و زاویه‌های مجاور مکمل هم هستند، پس:

$$\hat{A} + \hat{D} = 180^\circ \Rightarrow \hat{A}_1 + \hat{A}_2 + \hat{D}_1 + \hat{D}_2 = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 2\hat{A}_1 + 2\hat{D}_1 = 180^\circ \Rightarrow \hat{A}_1 + \hat{D}_1 = 90^\circ$$

پس در مثلث $\triangle AMD$ چون $\hat{A}_1 + \hat{D}_1 = 90^\circ$ است، باید $x = 90^\circ$ باشد.

در متوازی‌الاضلاع، اضلاع روبه‌رو باهم برابر هستند. از طرفی برای اینکه لوزی باشد باید ضلع‌های مجاور هم برابر باشند؛ یعنی:

$$3x - 2x = 2x - y \Rightarrow 3x - 2x = 2y - y \Rightarrow x = y$$

$$2x - y = x - y + 2 \xrightarrow{x=y} 2x - x = x - x + 2 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow x + y = 4$$

در متوازی‌الاضلاع زاویه‌های روبه‌رو باهم برابرند و زاویه‌های مجاور مکمل هم هستند، پس:

$$y + 10^\circ = 50^\circ \Rightarrow y = 40^\circ$$

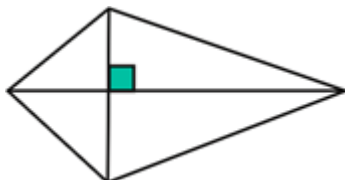
$$2x - y + 50^\circ = 180^\circ$$

$$\xrightarrow{y=40^\circ} 2x + 10^\circ = 180^\circ \Rightarrow 2x = 170^\circ \Rightarrow x = 85^\circ$$

در هر متوازی‌الاضلاع ضلع‌ها و زوایای روبه‌رو باهم برابرند و قطرهای یکدیگر را نصف می‌کنند، ولی در لوزی قطرهای یکدیگر عمودند که نوع خاصی از متوازی‌الاضلاع است.

گزینه "۱": دوزنقه قائم‌الزاویه دو ضلع موازی و دو زاویه 90° دارد؛ پس این ویژگی می‌تواند مربوط به شکلی غیر از متوازی‌الاضلاع باشد. سایر گزینه‌ها از ویژگی‌های متوازی‌الاضلاع هستند.

هر چهار ضلعی که قطرهایش یکدیگر را نصف کنند، متوازی‌الاضلاع است.
در گزینه ۲، شکل می‌تواند دوزنقه متساوی‌الساقین باشد.
در گزینه ۳، شکل می‌تواند مانند زیر باشد.



در گزینه ۴، شکل می‌تواند لوزی باشد.

یک لوزی با زاویه قائمه مربع است و مربع، چندضلعی منتظم است.
یک لوزی با زاویه‌های برابر، مربع است و مربع، چندضلعی منتظم است.
یک مستطیل با ضلع‌های مجاور برابر مربع است و مربع، چندضلعی منتظم است.

گزینه "۱" نادرست؛ در لوزی قطر‌ها بر هم عمودند و مربع نوعی لوزی است که زاویه قائمه دارد.
گزینه "۲": نادرست؛ ابتدا توجه شود که چون دو ضلع دوزنقه موازی هستند، اگر یک زاویه قائمه داشته باشد، زاویه مجاور آن هم قائمه است، ولی دو زاویه دیگر الزاماً قائمه نیستند.
گزینه "۳": نادرست؛ مستطیل متوازی‌الاضلاعی است که قطرهایش مساوی هستند و مربع، مستطیلی است که اضلاع آن باهم برابرند.
گزینه "۴": درست؛ اگر در لوزی قطر‌ها مساوی باشند، با توجه به اینکه قطر‌ها بر هم عمودند و یکدیگر را نصف می‌کنند، هر زاویه لوزی 90° است؛ پس لوزی مربع می‌باشد.

زوایای مجاور در متوازی‌الاضلاع مکمل هستند.

$$2x + 14^\circ + x + 16^\circ = 180^\circ \Rightarrow 3x + 30^\circ = 180^\circ \Rightarrow 3x = 150^\circ \Rightarrow x = 50^\circ$$

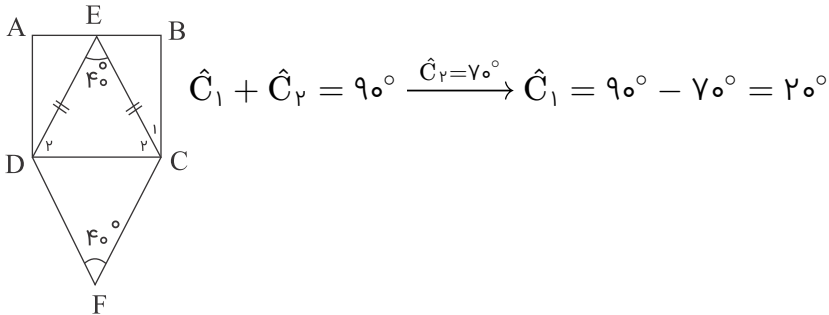
و زوایای مقابل هم‌اندازه هستند.

$$x + 61^\circ = y - 10^\circ \Rightarrow y = 10^\circ + 50^\circ + 61^\circ = 121^\circ$$

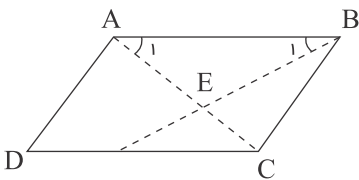
چون در لوزی زاویه‌های روبه‌رو برابرند، پس: $\hat{E} = \hat{F} = 40^\circ$
در لوزی ضلع‌ها باهم برابرند، پس مثلث EDC متساوی‌الساقین است، پس:

$$\hat{C}_r = \hat{D}_r = \frac{180^\circ - 40^\circ}{2} = \frac{140^\circ}{2} = 70^\circ$$

اندازه زاویه‌های مربع 90° است، پس:



طبق اصول توازی دو خط و خط مورب، می‌دانیم مجموع زوایای تند و باز در هر متوازی‌الاضلاع 180° درجه است. داریم:



$$\hat{A} + \hat{B} = 180^\circ$$

$$\hat{A}_1 + \hat{B}_1 = (\hat{A} + \hat{B}) \div 2 = 180^\circ \div 2 = 90^\circ$$

$$\triangle EAB : \hat{AEB} + \hat{A}_1 + \hat{B}_1 = 180^\circ \Rightarrow \hat{AEB} + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow \hat{AEB} = 90^\circ$$

برای اینکه چهار ضلعی متوازی‌الاضلاع باشد باید مجموع زاویه‌های مجاور یکدیگر 180° باشند و ضلع‌های روبه‌رو با یکدیگر مساوی و موازی باشند.

$$5x + 55^\circ + 2x + 20^\circ = 180^\circ$$

$$7x = 105^\circ \Rightarrow x = \frac{105^\circ}{7} = 15^\circ$$

$$2y - 10 = y + 10 \Rightarrow y = 20$$

درنتیجه داریم:

$$x + y = 20 + 15 = 35$$

