



گزینه ۲

۱

$$\text{گزینه "۲": } b < 0, a < 0 \Rightarrow \frac{b}{a} > 0 \Rightarrow \frac{b}{a} > a$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

$$\text{گزینه "۱": } (a + b) < b < a < 0 < (a - b)$$

$$\text{گزینه "۳": } a < 0, b < 0 \Rightarrow \frac{a}{b} > 0 \Rightarrow \frac{a}{b} > b$$

$$\text{گزینه "۴": } a < 0, b < 0 \Rightarrow ab > 0 \Rightarrow ab > b$$

گزینه ۲

۲

$$\frac{3}{\sqrt{7}} \xrightarrow{\times 2} 2 \times \frac{3}{\sqrt{7}} \xrightarrow{\times \frac{5}{3}} 2 \times \frac{3}{\sqrt{7}} \times \frac{5}{3} = \frac{10}{\sqrt{7}}$$

$$\frac{7}{2} \xrightarrow{\times \frac{1}{7}} \frac{2}{\sqrt{7}} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{\sqrt{7}}$$

$$\frac{\frac{10}{\sqrt{7}}}{\frac{1}{\sqrt{7}}} = \frac{10}{\sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{7}}{1} = 10$$

گزینه ۳

۳

$$A = \left(1 - \frac{1}{10}\right) \times \left(1 - \frac{1}{11}\right) \times \left(1 - \frac{1}{12}\right) \times \dots \times \left(1 - \frac{1}{20}\right)$$

$$= \frac{11}{10} \times \frac{12}{11} \times \frac{13}{12} \times \dots \times \frac{21}{20} = \frac{21}{10} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{10}{21}$$

نکته: در این گونه ضرب کسرها، اعداد صورت و مخرج با یکدیگر خط می‌خورد.

گزینه ۲

۴

ابتدا باید عملیات ضرب و تقسیم و سپس جمع و تفریق را انجام دهیم، پس:

$$1 - \frac{2}{3} \times \frac{6}{7} + 2 \div \frac{1}{4} - 3 \times 2 = 1 - \frac{4}{7} + 8 - 6 = 3 - \frac{4}{7} = \frac{17}{7} = 2\frac{3}{7}$$

$$\frac{1 + \frac{5}{4}}{1 - \frac{3}{4}} = \frac{\frac{9}{4}}{\frac{1}{4}} = \frac{-14}{2} = -7$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{3}{5} &= \frac{10}{5} \\ \frac{3}{4} &= \frac{15}{4} \end{aligned} \right\}$$

کافی است بدانیم که کسر دوم قرینه کسر اول است.

$$\text{کسر دوم} = \frac{\frac{3}{8} + (-\frac{10}{5})}{\frac{1}{8} + (-\frac{15}{4})} = \frac{\frac{3}{8} + (-\frac{10}{5})}{\frac{1}{8} + (-\frac{15}{4})} = \frac{\frac{3}{8} + (-\frac{10}{5})}{-(\frac{15}{4} + (-\frac{1}{8}))} \Rightarrow -\frac{\frac{3}{8} + (-\frac{10}{5})}{\frac{15}{4} + (-\frac{1}{8})} = \text{قرینه کسر اول}$$

پس جمع کسر اول با کسر دوم صفر می‌شود، چون این دو کسر قرینه یکدیگرند.

$$\begin{aligned} A &= \frac{\frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20}}{\frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56}} = \frac{\frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5}}{\frac{1}{5 \times 6} + \frac{1}{6 \times 7} + \frac{1}{7 \times 8}} \\ &= \frac{(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{4}) + (\frac{1}{4} - \frac{1}{5})}{(\frac{1}{5} - \frac{1}{6}) + (\frac{1}{6} - \frac{1}{7}) + (\frac{1}{7} - \frac{1}{8})} = \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{5}}{\frac{1}{5} - \frac{1}{8}} = \frac{\frac{3}{10}}{\frac{3}{40}} = 4 \end{aligned}$$

اولویت حل با تقسیم و ضرب و سپس جمع و تفریق است.

$$\begin{aligned} \frac{\frac{2 + \frac{1}{2}}{3 - 5}}{5 - 2 \div 3} &= \frac{\frac{\frac{5}{2}}{-2}}{5 - \frac{2}{3}} = \frac{\frac{5}{-2}}{\frac{13}{3}} \\ &= \frac{\frac{5}{2} \times \frac{-1}{2}}{\frac{13}{3}} = \frac{-\frac{5}{4}}{\frac{13}{3}} = -\frac{5}{4} \times \frac{3}{13} = -\frac{15}{52} \end{aligned}$$

ماه دی ۳۰ روز دارد:

$$\text{روز آفتابی} = \frac{1}{6} \times 30 = 5$$

$$\text{روز ابری} = 30 - 5 = 25$$

$$\text{روز بارانی} = \frac{60}{100} \times 25 = 15 \Rightarrow 25 - 15 - 5 = 5 \text{ روزهای برفی}$$

$$\begin{aligned} & -\frac{2}{9} \times \left[\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3} \right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{3}{4} \right) \right] = \\ & -\frac{2}{9} \times \left[\frac{1}{2} + \left(\frac{3}{3} \right) + \left(\frac{1+2+3}{4} \right) \right] = \\ & -\frac{2}{9} \times \left[\frac{1}{2} + 1 + \frac{3}{2} \right] = -\frac{2}{9} \times \left[\frac{1+2+3}{2} \right] = -\frac{2}{9} \times \left[\frac{6}{2} \right] = -\frac{2}{3} \end{aligned}$$

حاصل هر کسر را به دست می‌آوریم و سپس بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\begin{cases} \frac{(-2)(-3)(4) \div 12 - 3}{(-4)(-7)(-1)} = \frac{24 \div 12 - 3}{-28} = \frac{2 - 3}{-28} = \frac{-1}{-28} = \frac{1}{28} \\ \frac{9 \times (-4) \div 18}{2 + 5} = \frac{-36 \div 18}{7} = \frac{-2}{7} \end{cases}$$

$$\frac{(-2)(-3)(4) \div 12 - 3}{(-4)(-7)(-1)} \div \frac{9 \times (-4) \div 18}{2 + 5} = \frac{1}{28} \div \frac{-2}{7} = -\left(\frac{1}{28} \div \frac{2}{7} \right)$$

$$= -\left(\frac{1}{28} \times \frac{7}{2} \right) = -\frac{1}{8}$$

در انجام عملیات، ابتدا ضرب و تقسیم‌ها و سپس جمع و تفریق‌ها را انجام می‌دهیم:

$$\frac{2}{3} - 1 \frac{3}{5} \times \frac{5}{7} + \frac{5}{3} \times \frac{2}{7} = \frac{2}{3} - \frac{8}{5} \times \frac{5}{7} + \frac{5}{3} \times \frac{2}{7} = \frac{2}{3} - \frac{8}{7} + \frac{10}{21} = \frac{14 - 24 + 10}{21} = 0$$

$$A = \left(\frac{1-5}{5}\right)\left(\frac{1-6}{6}\right)\left(\frac{1-7}{7}\right)\dots\left(\frac{1-99}{99}\right) = \left(-\frac{4}{5}\right) \times \left(-\frac{5}{6}\right) \times \left(-\frac{6}{7}\right) \times \dots \times \left(-\frac{98}{99}\right)$$

چون تعداد ۱-هایی که در هم ضرب شده‌اند فرد است، در نهایت حاصل منفی خواهد بود.

$$A = \overbrace{(-1) \times (-1) \times (-1) \times \dots \times (-1)}^{\text{تا } 95} \times \frac{4}{99} = (-1) \times \frac{4}{99} = -\frac{4}{99}$$

$$B = -\frac{2}{A} \times \frac{6}{11} = \frac{-2}{-\frac{4}{99}} \times \frac{6}{11} = 2 \times \frac{99}{4} \times \frac{6}{11} = 27$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2 \times 4} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{4 \times 6} + \dots + \frac{1}{98 \times 100} \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right) + \frac{1}{3} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) + \frac{1}{4} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{6} \right) + \dots + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{98} - \frac{1}{100} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{4} - \frac{1}{6} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{97} - \frac{1}{99} + \frac{1}{98} - \frac{1}{100} \right) \end{aligned}$$

دقت کنید که به‌غیر از اعداد $\frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{3}$ ، $\frac{1}{99}$ و $\left(-\frac{1}{100}\right)$ بقیه کسرها به‌صورت ۲ تایی قرینه یکدیگرند که حاصل جمع صفر دارند، در نتیجه:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2 \times 4} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{4 \times 6} + \dots + \frac{1}{98 \times 100} \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{99} - \frac{1}{100} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{5}{6} - \frac{100 + 99}{9900} \right) \\ &= \frac{5}{2 \times 6} - \frac{199}{99 \times 200} \end{aligned}$$

باتوجه به معادله a ، ابتدا مقدار a را پیدا می‌کنیم.

$$1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \Rightarrow a = \frac{2a}{3} + 3 \Rightarrow a = 2a \times \frac{2}{3} + 3 \Rightarrow a = 3a + 3 \Rightarrow 2a = -3 \Rightarrow a = -\frac{3}{2}$$

پس مقدار a را در معادله A جایگذاری می‌کنیم:

$$A = \frac{1}{1 - \frac{1}{-\frac{3}{2}}} = \frac{1}{1 + \left(1 \times \frac{2}{3}\right)} = \frac{1}{\frac{5}{3}} = 1 \times \frac{3}{5} = \frac{3}{5}$$

$$۳\frac{۱}{۴} + ۲\frac{۲}{۵} = \frac{۱۳}{۴} + \frac{۱۲}{۵} = \frac{۶۵ + ۴۸}{۲۰} = \frac{۱۱۳}{۲۰}$$

$$۱\frac{۱}{۳} + ۵\frac{۱}{۲} = \frac{۴}{۳} + \frac{۱۱}{۲} = \frac{۸ + ۳۳}{۶} = \frac{۴۱}{۶}$$

$$\Rightarrow \frac{(۳\frac{۱}{۴} + ۲\frac{۲}{۵})}{۲\frac{۱}{۳} + ۵\frac{۱}{۲}} = \frac{\frac{۱۱۳}{۲۰}}{\frac{۹}{۴} \times \frac{۴۱}{۶}} = \frac{\frac{۱۱۳}{۲۰}}{\frac{۳۶۹}{۲۴}} = \frac{۶۷۸}{۱۸۴۵} = \frac{۲۲۶}{۶۱۵}$$

$$-\frac{-۲۱}{-۲۸} = \frac{-۱۸}{a} \Rightarrow -\frac{۲۱}{۲۸} = \frac{-۱۸}{a} \Rightarrow -\frac{۳}{۴} = -\frac{۱۸}{a} \Rightarrow a = (-۱۸) \times \left(-\frac{۴}{۳}\right) = ۲۴$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{۲ - ۳\frac{۱}{۲}}{۱ + \frac{۱}{۱-۳}} \div \frac{-۳}{۲\frac{۱}{۵}}\right) \div \frac{-۳}{\frac{۱۱}{۵}} &= \left(\frac{۲ - \frac{۳}{۲}}{۱ + \frac{۱}{-۲}} \div \frac{-۳}{\frac{۱۱}{۵}}\right) \div \frac{-۳}{\frac{۱۱}{۵}} \\ &= \left(\frac{\frac{-۳}{۲}}{\frac{-۱}{۲}} \div \frac{-۳}{\frac{۱۱}{۵}}\right) \div \frac{-۳}{\frac{۱۱}{۵}} = \left(-۳ \div \frac{-۱۵}{۱۱}\right) \div \frac{-۱۵}{۱۱} \\ &= -۳ \times \frac{-۱۱}{۱۵} \times \frac{-۱۱}{۱۵} = -\frac{۱۱ \times ۱۱}{۱۵ \times ۱۵} = \frac{-۱۲۱}{۲۲۵} \xrightarrow{\text{قرینه معکوس}} \frac{۱۲۱}{۲۲۵} \end{aligned}$$

$$\frac{-۱}{\left(\frac{-۳}{۴}\right)} \div \frac{\left(\frac{۱}{۳}\right)}{-۴} = \frac{-۱}{\left(\frac{-۳}{۴}\right)} \div \frac{\left(\frac{۱}{۳}\right)}{\left(\frac{۱}{۳}\right)} = \frac{-۱}{\left(-\frac{۱}{۶}\right)} \div \frac{۱}{-۴} = \frac{۶}{۱} \div \left(-\frac{۱}{۲۴}\right) = ۶ \times (-۲۴) = -۱۴۴$$

$$\frac{(-۱۶) \div \left(\frac{-۵+۶}{۳}\right)}{\frac{(-۱۵-۱۲)}{۲۴} \times \frac{۲۴}{۲۱}} = \frac{(-۱۶) \div \left(+\frac{۱}{۳}\right)}{\frac{-۲۷}{۲۴} \times \frac{۲۴}{۲۱}} = \frac{-۱۶ \times ۳}{-\frac{۹}{۷}} = \frac{-۴۸}{-\frac{۹}{۷}} = \frac{۴۸ \times ۷}{۹} = \frac{۳۳۶}{۹} = \frac{۱۱۲}{۳}$$