



گزینه ۴

۱

$$\begin{aligned} a^m b^r - a^r b^m &= a^r b^r (a - b) \\ &= [(2 - \sqrt{5})(2 + \sqrt{5})]^r (2 - \sqrt{5} - 2 - \sqrt{5}) \\ &= (4 - 5)^r (-2\sqrt{5}) = -2\sqrt{5} \end{aligned}$$

گزینه ۳

۲

برای تجزیه کسر باید عامل مشترک همه عبارات را بیابیم که در صورت این کسر ab^2c است.

گزینه ۱

۳

$$\begin{aligned} \frac{-x^3 + y^3}{(y-x)(x^2 + y^2 + xy)} &= \frac{-\left(\frac{1}{3}\right)^3 + (-1)^3}{(-1 - \frac{1}{3})\left(\left(\frac{1}{3}\right)^2 + (-1)^2 + (-1)\left(\frac{1}{3}\right)\right)} \\ &= \frac{-\frac{1}{27} + (-1)}{\left(-1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 + \frac{1}{9} + \left(-\frac{1}{3}\right)\right)} = \frac{\frac{-28}{27}}{\frac{-4}{3} \times \frac{7}{9}} = \frac{\frac{-28}{27}}{\frac{-28}{27}} = 1 \end{aligned}$$

گزینه ۳

۴

$$\begin{cases} \frac{c}{4} = \frac{a}{2} \Rightarrow c = 4 \times \frac{a}{2} = 2a \\ \frac{b}{3} = \frac{a}{2} \Rightarrow b = 3 \times \frac{a}{2} = \frac{3}{2}a \end{cases}$$

حال به جای c و b در صورت و مخرج عبارت داده شده، بر حسب a قرار می‌دهیم:

$$\text{صورت عبارت} = -c + 4b + 5a = -2a + 4 \times \frac{3}{2}a + 5a = -2a + 6a + 5a = 9a$$

$$\text{مخرج عبارت} = a - 2b + 2c = a - 2 \times \frac{3}{2}a + 2 \times (2a) = a - 3a + 4a = 2a$$

$$\frac{-c + 4b + 5a}{a - 2b + 2c} = \frac{9a}{2a} = \frac{9}{2}$$

گزینه ۴

۵

$$(a+b)(a+b) - (a-b)(a-b) = a^2 + b^2 + ab + ab - a^2 - b^2 + ab + ab = 4ab$$

$$\frac{(x+y)^y - (x-y)(x+y)}{(x-y)^y - (x+y)(x-y)}$$

ابتدا جمله مشترک صورت $(x+y)$ و جمله مشترک مخرج $(x-y)$ را فاکتور می‌گیریم.

$$\begin{aligned} \frac{(x+y)[(x+y) - (x-y)]}{(x-y)[(x-y) - (x+y)]} &= \frac{(x+y)(x+y-x+y)}{(x-y)(x-y-x-y)} \\ &= \frac{(x+y)(2y)}{(x-y)(-2y)} = \frac{(x+y)}{-(x-y)} = \frac{x+y}{y-x} \end{aligned}$$

$$(a-b)(a+b) = a^2 + ab - ab - b^2 = a^2 - b^2 = ۴$$

$$a^۴ - a^۲b^۲ - a^۲b^۲ + b^۴ = a^۲(a^۲ - b^۲) - b^۲(a^۲ - b^۲) = (a^۲ - b^۲)(a^۲ - b^۲) = ۴ \times ۴ = ۱۶$$

$$m = ۳, \quad n = 2m - ۴ = 2(۳) - ۴ = ۲$$

$$mn - 2n - \frac{n}{۴} + \frac{۲}{n} \times \frac{m}{۶} = ۳ \times ۲ - ۲ \times ۲ - \frac{۲}{۴} + \frac{۲}{۲} \times \frac{۳}{۶} = ۶ - ۴ - \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۲} = ۲$$

$$\begin{aligned} (a^{ab} + a)(b-a) &= ((a^b)^a + a)(b-a) = (c^a + a)(b-a) \\ &= (b+a)(b-a) = b^2 - ab + ab - a^2 = b^2 - a^2 \end{aligned}$$

$$\frac{a^y b^x - a^x b^y}{a^x b^y - b^x a^y} = \frac{a^y b^y (b-a)}{a^y b^y (a-b)} = \frac{(-1)a^y b^y}{a^y b^y} = \frac{-1}{1}$$

$$\begin{aligned} \frac{۱۲x^۳y^۲ - ۱۲x^۲y^۳}{۶xy^۲ - ۴x^۲y} &= \frac{۴x^۲y^۲(۳x - ۳y)}{۲xy(۳y - ۲x)} \\ &= \frac{۴x^۲y^۲(۳x - ۳y)}{-۲xy(۲x - ۳y)} = \frac{۴x^۲y^۲}{-۲xy} = \frac{۴(xy)(xy)}{-۲xy} = -۲xy \end{aligned}$$

به کمک دو عبارت $x + y = ۴$ و $x - y = ۲$ ، داریم:

$$\begin{aligned} & x(x + y) + ۲y(x - y) + (x - y) + ۲(x + y) \\ &= ۴x + ۴y + ۲ + ۲ \times ۴ = ۴(x + y) + ۱۰ = ۴ \times ۴ + ۱۰ = ۲۶ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ۳\left(\frac{x^۲}{y}\right)^۳ + ۲x^۲ \times \frac{۱}{۳y} &= ۳\left(\frac{x^۲}{y}\right)^۳ + \frac{۲}{۳}\left(\frac{x^۲}{y}\right) = ۳(۳)^۳ + \frac{۲}{۳}(۳) \\ &= ۳ \times (۲۷) + ۲ = ۸۳ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A &= \frac{۳a^۲b + ۴ab^۳ + ۲}{۲a + ۳b} \\ \xrightarrow[\begin{smallmatrix} a=-1 \\ b=۲ \end{smallmatrix}]{ } A &= \frac{۳ \times (-1)^۲ \times (۲) + ۴ \times (-1) \times (۲)^۳ + ۲}{۲ \times (-1) + ۳ \times (۲)} = \frac{۶ + (-۳۲) + ۲}{-۲ + ۶} = \frac{-۲۴}{۴} = -۶ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{گزینه ۱: } ۲x \vee (-y) &= x - (-y) = x + y \\ \text{گزینه ۲: } ۲(x \perp (x + y)) &= ۲\left(x - \left(\frac{x + y}{۲}\right)\right) = ۲\left(\frac{x}{۲} - \frac{y}{۲}\right) = x - y \\ \text{گزینه ۳: } x \perp (۲y) &= x - \left(\frac{۲y}{۲}\right) = x - y \\ \text{گزینه ۴: } ۲(x \vee \left(\frac{x}{۲} - y\right)) &= ۲\left(\frac{x}{۲} - \frac{x}{۲} + y\right) = ۲y \end{aligned}$$

ابتدا باید عبارت را ساده‌تر کنیم، به این ترتیب که صورت کسر را به حاصل ضرب دو عبارت جبری تبدیل و با مخرج کسر ساده می‌کنیم.

$$\begin{aligned} \frac{A^۲B^۳ - B^۲A^۳ + A^۲B^۲}{A^۲B^۲} &= \frac{A^۲B^۲(B - A + 1)}{A^۲B^۲} = B - A + 1 \\ &= x^۲ + 1 - x - (۲x^۲ + 1 - x) + 1 = x^۲ + 1 - x - ۲x^۲ - 1 + x + 1 = -x^۲ + 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & x \times (x + ۲y) + ۲y \times (x + ۲y) + ۱ \times (x + ۲y) \\ &= (x + ۲y)[x + ۲y + ۱] \xrightarrow{x+۲y=۳} ۳(۳ + ۱) = ۱۲ \end{aligned}$$

ابتدا صورت کسر را ساده می‌کنیم:

$$a(a+b) - b(a-b) = a^2 + ab - ba + b^2 = a^2 + b^2$$

حال مخرج کسر را ساده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} (a+b)^2 + (a-b)^2 &= (a+b)(a+b) + (a-b)(a-b) \\ &= a^2 + ab + ba + b^2 + a^2 - ab - ba + b^2 = 2a^2 + 2b^2 = 2(a^2 + b^2) \end{aligned}$$

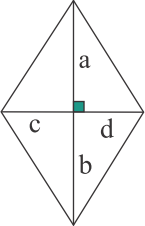
حال حاصل کسر را می‌یابیم:

$$\frac{a^2 + b^2}{2(a^2 + b^2)} = \frac{1}{2}$$

$$B = 5 \times (5)^2 - 3 \times 5 = 125 - 15 = 110$$

$$A = -B \Rightarrow A - 2B = -B - 2B = -3B = -3 \times 110 = -330$$

علامت S نشان‌دهندهٔ مساحت است.



چهار ضلعی $S = S_{\Delta 1} + S_{\Delta 2} + S_{\Delta 3} + S_{\Delta 4}$

$$S_{\Delta 1} = \frac{a \times c}{2}$$

$$S_{\Delta 2} = \frac{a \times d}{2}, S_{\Delta 3} = \frac{c \times b}{2}, S_{\Delta 4} = \frac{b \times d}{2}$$

$$\frac{a \times c}{2} + \frac{a \times d}{2} + \frac{c \times b}{2} + \frac{b \times d}{2} = \frac{a \times (c+d)}{2} + \frac{b \times (c+d)}{2} = \frac{(a+b)(c+d)}{2}$$